

徳島大学工学部 正員 ○端野道夫  
 徳島県 正員 土井正吉

1. はし が き

計画降雨波形の決定法である実績降雨引き伸ばし法<sup>1)</sup>は、引き伸ばし率の限界について明確な根拠がなく、得られた計画降雨波形の降雨強度とくにピーク時間雨量に不合理な問題が生じる場合がある。そこで、本文はFreundの二変数指数型分布を用いた計画降雨波形の確率論的決定法を提案するものである。

2. 総雨量とピーク時間雨量の同時生起確率の定式化

総雨量  $y$  とピーク時間雨量  $x$  の二変数同時RP (リターンピリオド)  $T_{xy}$  は、Marked Point Process 理論に Freund型分布<sup>2)</sup> (二変数指数型分布) を用い誘導される<sup>3)</sup>。すなわち、 $x$  と  $y$  の年最大値を  $\xi_{max}$ ,  $\eta_{max}$  とすれば、それぞれの年最大値分布は(1), (2)式で与えられ、二変数同時年最大値分布へ拡張すると(3)式が得られる。ここに、(1)~(3)式の  $F(x, y)$ ,  $F(x)$ ,  $F(y)$  は Freund型分布を用いて求めた同時確率分布とその周辺分布であり、 $\lambda_{xy}$  は二変数  $x, y$  の同時年平均発生率である。したがって、(1)~(3)式を超過確率、非超過確率に関する恒等式(4)式に代入すれば年最大値  $\xi_{max}$ ,  $\eta_{max}$  の同時超過確率が求まり、その逆数で同時RP  $T_{xy}$  は(6)式のように与えられる。

3. ピーク時間雨量の決定基準

確率年  $T^*y$  の総雨量  $y^*$  に対するピーク時間雨量  $x^*$  の決定基準として、次のような条件付確率および RP を採用する。すなわち、 $y^*$  なる条件下での  $x^*$  の条件付確率  $F(x^*|y^*)$ 、同時RP  $T^*xy$ 、単独の RP  $T^*x, T^*y$  (5式参照) および  $T^*xy$  と  $T^*y$  の比  $T^*x|y > = T^*xy/T^*y$  である。なお、条件付確率  $F(x^*|y^*)$  を形式的に RP  $T^*x|y$  で表わせば(7)式ようになる。これらの確率的な決定基準の範囲と相互関係について、4. で実際のデータを用いてさらに検討を加える。

降雨時間分布は、前述の  $y^*$  と  $x^*$  および  $x^*$  の発生時間  $t^*$  が与えられた条件下で、すでに提案している条件付確率降雨波形<sup>4)</sup>を用いれば得られるので、その詳細は省略する。

4. 計画降雨波形に関する適用例と考察

(1) 総雨量とピーク時間雨量の等RP線 資料として、徳島市、木頭(徳島県)、本山(高知県)、大坂市の4地点を選び、24時間雨量データを大きき順に観測年数とはほぼ同数程度抽出する。24時間雨量を  $y$ 、そのピーク時間雨量を  $x$  とし、それらについて(8)式により無次元化し Freund型分布のパラメータを求める。ここに、 $m, n; U_x, U_y$  は  $x, y$  のベキ乗指数、下限値であり、 $\sigma_x, \sigma_y$  は  $(x-U_x)^m, (y-U_y)^n$  の標準偏差である。徳島の降雨資料に対する Freund型分布の周辺分布  $F(x), F(y)$  および年最大値分布の適合性を図-1, 図-2 に示す。徳島以外の各地点とも同様に良好な適合性が得られ、 Freund型分布を用いることが妥当

$$\begin{aligned}
 P\{\eta_{max} \leq y\} &= \exp\{-[1-F(y)]\lambda_{xy}\} & (1) \\
 P\{\xi_{max} \leq x\} &= \exp\{-[1-F(x)]\lambda_{xy}\} & (2) \\
 P\{\xi_{max} \leq x, \eta_{max} \leq y\} &= \exp\{-[1-F(x, y)]\lambda_{xy}\} & (3) \\
 P\{\xi_{max} \leq x, \eta_{max} \leq y\} &= 1 - P\{\xi_{max} > x\} - P\{\eta_{max} > y\} + P\{\xi_{max} > x, \eta_{max} > y\} & (4) \\
 T_x &= 1/[1-P\{\xi_{max} \leq x\}] & (5) \\
 T_y &= 1/[1-P\{\eta_{max} \leq y\}] & (6) \\
 T_{xy} &= 1/P\{\xi_{max} \leq x, \eta_{max} \leq y\} & (7) \\
 T^*x|y &= 1/[1-\exp\{-[1-F(x^*|y^*)]\}] & (8) \\
 X &= (x-U_x)^m/\sigma_x, \quad Y = (y-U_y)^n/\sigma_y & (9) \\
 T^*y &> T^*x & (10.a) \\
 0.5 &\leq F(x^*|y^*) \leq 0.9 & (10.b) \\
 2.5 &< T^*x|y < 10.6 & (11) \\
 1 &< T^*x|y > = T^*xy/T^*y \leq 3 & (11)
 \end{aligned}$$

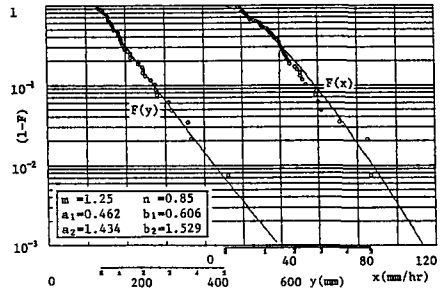


図-1 Freund型分布の周辺分布(徳島)

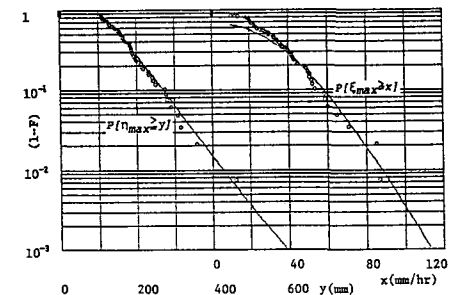


図-2 x, y の年最大値分布(徳島)

であることが明らかとなった。得られたパラメータを用いて、 $y$ の条件下における $x$ の条件付確率線(実線)と $x, y$ の同時等冪線(破線)を示すと図-3のようである。

(2) ピーク時間雨量の決定と波形設定 前述の $T^*x_{1y} = T^*xy/T^*y$ と(7)式で定義した $T^*x_{1y}$ の関係を、 $T^*y=50, 100, 200$ 年ごとに図示すれば図-4のようである。いま、 $T^*y=100$ 年として図-3および図-4より具体的に $x^*$ を決定する上での基準の範囲を(9)~(11)式のように設定する。ここに、(9)式はピーク時間雨量 $x^*$ よりも総雨量 $y^*$ を重視した場合の条件である。(10.a)式は、計画上、条件付確率 $F(x^*|y^*)$ の上, 下限としてそれぞれ、0.9, 0.5を考えたものであり、(10.b)式は、(10.a)式の $F(x^*|y^*)$ の範囲に対して(7)式より計算される $T^*x_{1y}$ の範囲である。(11)式の下限は $T^*xy > T^*y$ であることより、上限は図-4より $F(x^*|y^*)=0.9$ に対して $T^*x_{1y}$ が3程度となることより設定したものである。

さて、各地点ごとに、(9)~(11)式の条件を同時に満足する範囲を、前述の $T^*x_{1y} \sim F(x^*|y^*)$ の関係図の中に下限点L, 上限点Uとして記入する。さらに、 $F(x^*|y^*)$ をパラメータとし、横軸に(地点ごとに異なる $x, y$ )の相関係数 $\rho$ 、縦軸に $T^*x_{1y}$ をとり直し、範囲をまとめれば図-5の点線内の領域となる。図より明らかなように、徳島、本山については、 $F(x^*|y^*)=0.8$ でも設定条件が満足されていない。 $F(x^*|y^*)=0.7$ ( $T^*x_{1y}=4$ )に対して、地点の降雨特性( $x, y$ の相互相関係数 $\rho$ )により若干異なるが、 $T^*x_{1y} = T^*xy/T^*y = 1.5 \sim 2$ 程度となっている。この条件付確率とよく似た概念である洪水カバー率が0.6~0.8程度<sup>1)</sup>であることも勘案すると、条件付確率 $F(x^*|y^*)=0.7$ ( $T^*x_{1y}=4, T^*x_{1y} = 1.5 \sim 2$ )でもってピーク時間雨量 $x^*$ を決定することは十分、合理的であると考える。

徳島の場合、 $F(x^*|y^*)=0.7$ とすると $T^*y=100$ に対し $y^*=430\text{mm}, x^*=85\text{mm/hr}$ ( $T^*x=76, T^*xy=165$ )となり、さらに時間配分すれば図-6のようになる。参考のため、実績降雨引き伸ばし法による波形(引き伸ばし率:1.8)を図-7に示すが、 $Ty=100$ に対する $Tx, Txy$ の値は、それぞれ、2000, 2300年以上となり、非計画的なピーク時間雨量となる。一方、本方法では、実績降雨引き伸ばし法のような不合理が生じることなく、引き伸ばし率を考慮する必要がない。換言すれば本方法は実績降雨の引き伸ばし限界の確率論的評価にも利用可能である。

以上、計画確率年に対する計画雨量が与えられた場合、(9)~(11)式のピーク時間雨量の決定条件を設定し、条件付確率0.7に対応するピーク時間雨量でもって計画降雨波形を決定する方法を提示した。

参考文献

- 1)建設省河川局:建設省河川砂防技術基準(案), 1977
- 2)Freund, J. B.: J. Amer. Stat. Assoc., Vol. 56, 1961
- 3)端野道夫:第28回水理講演会論文集, 1984
- 4)端野道夫:土木学会論文集, No. 369/II-5, 1986

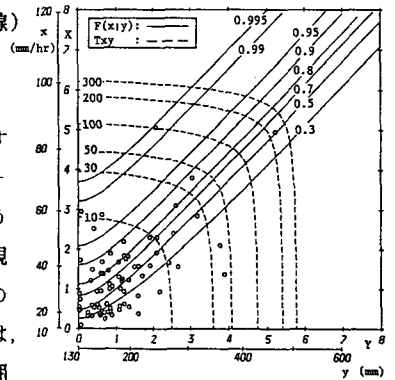


図-3 等確率線図(徳島)

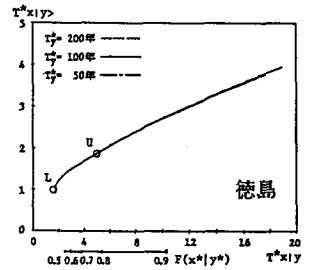


図-4  $T^*x_{1y} \sim T^*x_{1y}$

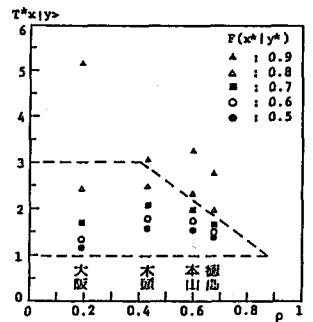


図-5  $\rho \sim T^*x_{1y}$

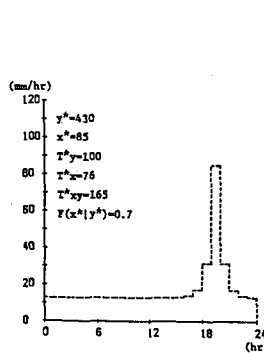


図-6 確率統計の基準による計画降雨波形(徳島)

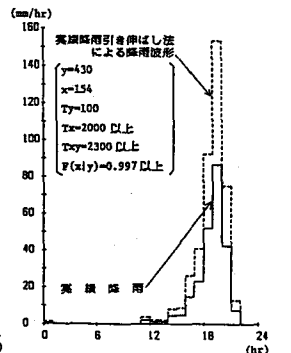


図-7 実績降雨引き伸ばし法による降雨波形(徳島)