II-44　図式推定法による水文量の確率分布のあてはめの精度とその評価

京都大学工学部　正 員　宝　　馨
京都大学工学部　正 員　高棹 琢馬
京都大学工学部　学生員　清水　章

1．目的　【1】グラフィック・ディスプレイ画面上に確率紙を実現し，データのプロットの精密化・平分線の線引きの客観化を図るとともに，図式推定法の精度を最尤法との比較により明らかにする。
【2】図式推定法において用いられるいくつかのプロッティング・ポジション公式の比較検討を行う。
【3】平分線の直線性すなわち分布の適合性の評価規準を提案しその有用性を検討する。

2．方法　【i】プロッティング・ポジション公式　次の6公式を取り扱う。

$F(x_i) = (i-\alpha)/(N+1-2\alpha)$　；F＝非超過確率，x_i＝順序統計量，N＝データ個数。
①Weibull公式　$\alpha=0$　；　②Hazen公式　$\alpha=0.5$；　③Gringorten 公式　$\alpha=0.44$；
④Blom　公式　$\alpha=0.375$；　⑤Cunnane公式　$\alpha=0.4$；　⑥Adamowski　公式　$\alpha=0.25$　。

【ii】平分線の線引の客観化　変数xを規準化した変量（標準変量）sに関する最小二乗法によって平分線が客観的に求められる。すなわち，εを誤差項として　$s=a+bx+\varepsilon$　とおき，

$$\xi^2=\Sigma\varepsilon^2/N \longrightarrow min \tag{1}$$

となるようなa，bを求め，これにより母数を推定する。

【iii】分布の適合性の評価規準　（1）式で最小化された平均二乗誤差ξ^2_{min}が分布の適合度の一つの指標となる。しかしながら，分布形によってsのとりうる値の範囲が異なるので，異なる分布形相互の比較のために，ξ^2_{min}を何らかの形で標準化してやる必要がある。そこで，次式のような適合度の評価規準SLSC（Standard Least-Squares Criterion）を考えた。

$$SLSC=\sqrt{\xi^2_{min}}\,/\,|s_{0.99}-s_{0.01}| \tag{2}$$

ここに，$s_{0.99}$，$s_{0.01}$は，それぞれ非超過確率 0.99, 0.01 に対応する標準変量である。（2）式の分母は，データの個数が100 個程度以下であればプロット点は非超過確率が 0.01 と 0.99 の範囲にほとんど入ることから，確率紙上のその範囲の標準変量の縦距を標準化のために導入したものである。

【Ⅳ】対象とする確率分布　正規分布，対数正規分布，指数分布，Gumbel 分布，対数Gumbel 分布。

3．結果と考察　1912年から1981年の70年間の琵琶湖流域年最大m日降水量（m＝1,2,3）に各分布，各プロッティング・ポジション公式を用いた場合のSLSC値を表1に示した。m＝1,2,3 のどの場合も対数正規分布およびGumbel 分布のSLSCが 0.02 程度の値をとりよい適合度を示す。SLSCが0.03以上の場合は適合しているとは言えない。正規分布，対数正規分布，Gumbel 分布，対数Gumbel 分布に最尤法を適用した場合の最大対数尤度を表2に示した。対数正規分布とGumbel 分布は他の二つの分布よりも最大対数尤度が大きく，これはSLSCによる表1の結果と同様である。対数正規分布，Gumbel 分布に図式推定法および最尤法を適用しリターンピリオド 50, 100, 200 年に相当する確率m日降水量を求めて表3に示した。図式推定法と最尤法との比較では，前者の方が大きいめの降水量を与える。対数正規分布とGumbel 分布が同程度の適合度評価を得たとき，求められる確率水文量は，Gumbel 分布（図式推定法）の場合が最も大きく，以下，対数正規分布（図式推定法），対数正規分布（最尤法），Gumbel 分布（最尤法）の順に小さくなってゆく。6つのプロッティング・ポジション公式を比べると，Hazen公式は対数正規分布とGumbel 分布どちらに対しても最尤法で得られる確率水文量に最も近い値を与える。

図1にプロットを示した。実線は最小二乗法で求めた平分線，破線は最尤法により求めた分布直線である。6つのプロッティング・ポジション公式の両極とも言えるWeibull公式（上段の図）とHazen公式とを比べた。特にGumbel 分布の場合，表3に示されるとおり，Weibull公式を用いた図式推定法の解が最尤法のそ

表１　年最大m日降水量に対するＳＬＳＣの値

m	Plot. F.	Normal	Log-nor	Expon.	Gumbel	Log-Gum
1	Weibull	0.05886	0.02294	0.02642	0.02134	0.02846
	Hazen	0.06093	0.02459	0.03673	0.02240	0.03724
	Gringorten	0.06039	0.02415	0.03489	0.02191	0.03573
	Blom	0.06020	0.02392	0.03316	0.02156	0.03428
	Cunnane	0.06054	0.02411	0.03380	0.02167	0.03482
	Adamowski	0.05946	0.02329	0.03041	0.02123	0.03195
2	Weibull	0.05404	0.02213	0.03254	0.01941	0.03577
	Hazen	0.05572	0.02482	0.04037	0.01829	0.04399
	Gringorten	0.05523	0.02427	0.03895	0.01820	0.04260
	Blom	0.05507	0.02383	0.03763	0.01823	0.04127
	Cunnane	0.05545	0.02405	0.03812	0.01820	0.04177
	Adamowski	0.05448	0.02298	0.03555	0.01850	0.03910
3	Weibull	0.04926	0.01468	0.03385	0.01548	0.03620
	Hazen	0.05189	0.01872	0.04638	0.02214	0.04589
	Gringorten	0.05123	0.01791	0.04425	0.02077	0.04426
	Blom	0.05099	0.01738	0.04221	0.01953	0.04270
	Cunnane	0.05131	0.01752	0.04296	0.01998	0.04328
	Adamowski	0.05006	0.01605	0.03889	0.01768	0.04013

表２　最大対数尤度

m	Normal	Log-nor	Gumbel	Log-Gum
1	−342.86	−334.59	−334.38*	−335.56
2	−364.45	−357.36*	−357.54	−359.05
3	−373.30	−366.85*	−367.03	−369.37

れとかなり異なることがわかる。他の４つの公式によるプロットは，この両者の中間的なものとなる。

ＳＬＳＣ以外の評価規準，たとえば最大対数尤度などは異なる分布形相互の比較（相対評価）のために有力な規準となりうる。しかしながら，最大対数尤度の値だけでは単独の分布の適合度の評価（絶対評価）はできない。一方，ＳＬＳＣは異なる分布形に対する適合度の統一的規準として有用であるばかりでなく，絶対評価のための指標としても用いることができる。絶対的な適合度の評価値としては，ＳＬＳＣ≒ 0.02 と考えてよい。この程度以下の値であれば十分に満足すべき適合性が得られていると言える。

４． 結論 ［１］図式推定法に用いるプロッティング・ポジション公式としてはHazen公式がよい。［２］分布のあてはめの相対的・絶対的な評価規準としてＳＬＳＣは有用である。

【関連文献】高棹・宝・清水：京大防研年報，第29号B-2，昭和61年４月。

表３　確率水文量の比較（図式推定法と最尤法）

m	Estimation method	Log-normal Return period (years) 50	100	200	Gumbel Return period (years) 50	100	200
1	Weibull	179.2	197.6	215.7	184.6	203.9	223.0
	Hazen	173.8	190.8	207.5	178.8	196.9	215.0
	Gringorten	174.5	191.7	208.6	179.6	197.9	216.1
	Blom	175.2	192.6	209.6	180.5	198.9	217.2
	Cunnane	175.0	192.4	209.3	180.1	198.5	216.8
	Adamowski	176.7	194.5	211.9	181.9	200.6	219.3
	ＭＬＥ	172.7	189.5	205.9	170.9	187.5	204.1
2	Weibull	245.1	271.5	297.4	248.5	274.7	300.7
	Hazen	237.5	261.9	285.8	240.5	265.1	289.6
	Gringorten	238.5	263.2	287.4	241.6	266.4	291.2
	Blom	239.5	264.4	288.8	242.8	267.8	292.7
	Cunnane	239.2	264.1	288.4	242.4	267.3	292.1
	Adamowski	241.6	267.0	292.0	244.8	270.2	295.6
	ＭＬＥ	236.0	260.0	282.2	233.2	256.4	279.6
3	Weibull	279.4	309.5	339.3	281.9	311.5	341.0
	Hazen	270.7	298.7	326.1	273.3	301.3	329.2
	Gringorten	271.8	300.1	327.8	274.5	302.7	330.8
	Blom	272.9	301.5	329.5	275.7	304.1	332.5
	Cunnane	272.6	301.1	329.0	275.3	303.6	331.8
	Adamowski	275.3	304.5	333.1	277.9	306.8	335.5
	ＭＬＥ	269.6	297.3	324.4	267.2	294.0	320.8

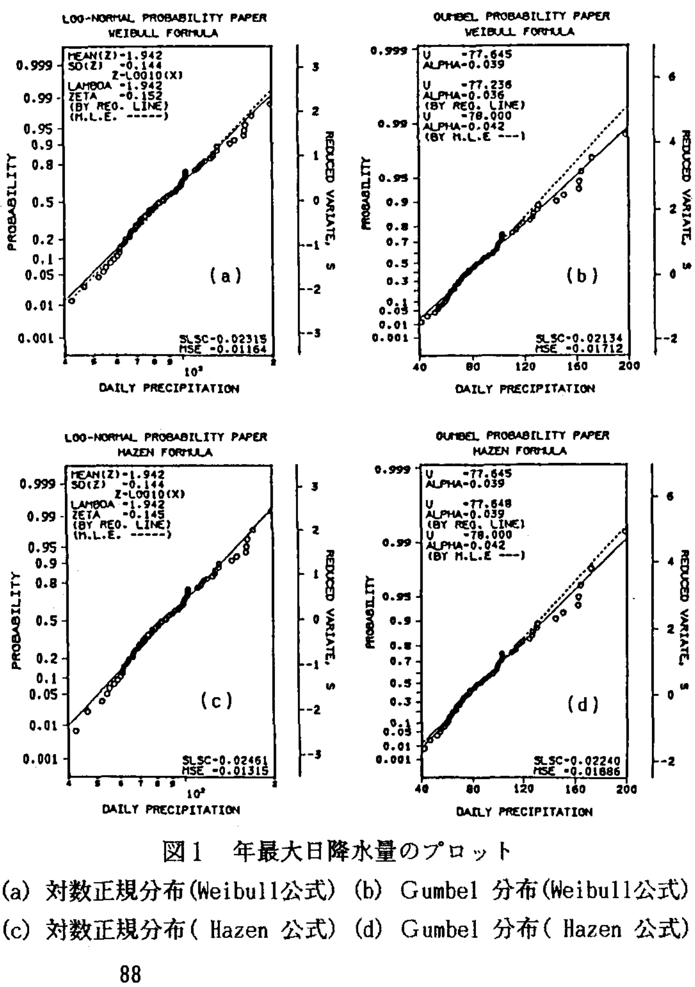

図１　年最大日降水量のプロット
(a) 対数正規分布(Weibull公式)　(b) Gumbel 分布(Weibull公式)
(c) 対数正規分布(Hazen 公式)　(d) Gumbel 分布(Hazen 公式)