

II-21 要素的流出場における降雨分布特性の効果的解析的検討

京都大学防災研究所 正会員 友杉 邦雄
同 上 正会員 石原 安雄

1. はじめに 流出解析・予測上の基本的問題の一つに場及び入力の不均一性の効果の評価、換言すればそれらの平均化や離散化による誤差評価の問題がある。本研究はこの問題に関する基礎的研究として着手したもので、斜面系での流れが平行・収束・発散型となる3種の要素的斜面モデルに不均一分布として三角形分布をするモデル降雨(有効降雨)を与えた場合に特性曲線法を適用し、特性曲線の式が解析関数として得られる場合について降雨ピークの時間的又は空間的位置が出水波特性、とくにピークとその起時とどのような関係があるか等を、降雨規模及び斜面傾斜との関連において、一般的に把握することを試みたものである。なお、ここで得られる結果は、要素河道あるいは河道網系における現象にも定性的に成立するであろうと考えている。

2. 基礎的諸条件 (1) 斜面流モデルの基礎方程式: $\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{bw} \frac{\partial (bwq)}{\partial x} = r \dots \textcircled{1}$, $q = \alpha_m h^m \dots \textcircled{2}$, ここに、 t : 時間, x : 流下方向距離, $bw(x)$: x における斜面幅, q : 単位幅流量, h : 水深, r : 有効降雨強度, α_m , m : 斜面流定数。斜面形として矩形($bw(x)=1$), 収束型円錐($bw(x)=2\pi(L+a-x)\cos\theta$), 発散型円錐($bw(x)=2\pi x\cos\theta$)の3種の場合を考える。ただし、 L : 斜面長, θ : 斜面傾斜角, a : 斜面下流端と収束点との距離で、 $a \rightarrow 0$ の場合を扱う。又、初期及び境界条件は $h(0, x) = h(t, 0) = 0$ とする。(2) モデル降雨: 継続時間 D と総雨量 R を一定(任意)として、時間的・空間的に一様(UUと略称), 時間分布三角形・空間分布一様(TU), 時間分布一様・空間分布三角形(UT), および時間・空間分布三角形(TT)を採用。ただし、ここでいう空間分布とは一次元(x 軸方向)のものである。三角形分布のピーク的位置は原則として任意とする。(3) 無次元化: 解析は次のような無次元化のもとに行う。 $t' = t/D$, $x' = x/L$, $r' = r/(R/D)$, $h' = h/R$, $q' = q/(\alpha_m R^m)$, $\nu = t_p/D$ (降雨の時間的ピーク位置), $\lambda = x_p/L$ (降雨の空間的ピーク位置), $\omega = L/(\alpha_m R^m D)$ ($= (t_p/D)^m$, t_{p0} : 一様降雨UUによる矩形斜面集中時間)。(4) 連立常微分方程式: 上記の無次元化により、特性曲線の軌跡の微分方程式として、斜面モデルにかかわらず、 $\frac{dx'}{dt'} = \frac{m}{h'} r' \dots \textcircled{3}$ が得られる。又、矩形モデルに対しては、 $\frac{dh'}{dt'} = r' \dots \textcircled{4}$ 及び $\frac{dq'}{dx'} = \frac{\omega}{h'} h'^{m-1} r' \dots \textcircled{5}$, 収束型円錐モデルに対しては、 $\frac{dq'}{dx'} - \frac{r'}{m(1+a-x')} = \frac{\omega}{h'} h'^{m-1} r' \dots \textcircled{6}$, 発散型円錐モデルに対しては、 $\frac{dq'}{dx'} + \frac{r'}{mx'} = \frac{\omega}{h'} h'^{m-1} r' \dots \textcircled{7}$ が、それぞれ $\textcircled{3}$ の上で成立する関係式として得られる。(5) 厳密積分の可能な場合: $\textcircled{3}$ 式が以上の条件のもとで厳密に積分できる場合は、 $1 \leq m \leq 2$ の範囲では、表-1のようになる。

3. 主要解析・検討項目と方法 (1) 出水波特性: 無次元流出高ハイドログラフ $\eta(t')$ を各 m について、 ω , ν または λ をパラメータとして図示して特に立上り、てい減特性に注目して比較した。こ

表-1 厳密積分の可能性

ここに、 $\eta = (Q_L/A)/(R/D)$ で、矩形斜面の場合、 $= h'_c^m/\omega$, 発散型円錐の場合、 $= 2h'_c^m/\omega$ であり、収束型円錐の場合には $= \frac{2\alpha'}{1+2\alpha} h'_c^m/\omega$ であるが、 h'_c が $\frac{1}{2\alpha'}$ を積定数として含むので $\alpha' \rightarrow 0$ の η が求まる ($\alpha' = a/L$, $h'_c = h(t'_c, 1)$)。(2) 流出ピークの起時(t'_p)とピーク流出高(η_p): 各 m について、 ν または λ をパラメータとして、 $t'_p \sim \omega$, $\eta_p \sim \omega$ 関係を比較。この関係は、次のようにして求められる。例えば、降雨TUに対する滑らかな流出ピークの発生条件; $\frac{dh'}{dt'} = r(t') - r(t') \frac{dt'}{dt'} = 0 \dots \textcircled{8}$ において、 $\frac{dt'}{dt'} = \textcircled{4}, \textcircled{3}$ 式を積分して得られる解析的な特性曲線式で $x' = 1$ とおいた式 $f(t', \tau) = 0$ を用いて、 $\frac{dt'}{dt'} = -(\frac{\partial f}{\partial t'})/(\frac{\partial f}{\partial \tau}) \dots \textcircled{9}$ として求まるので、 $\textcircled{8}, \textcircled{9}$ 式から $t'_p \sim t'_c$ 関係が、従って $t'_p \sim \omega$, $t'_p \sim \omega$, $\eta_p \sim \omega$ 関係が得られる。

(3) 洪水集中時間 ($t'_c = t' - \tau$) の最小値 (t'_{cmin}): $\frac{dt'_c}{dt'} = 1 - \frac{dt'_c}{dt'} = 0$ の条件式に $\textcircled{9}$ 式を代入すれば、 $t'_{cmin} = t'_c - \tau_c$ となる $t'_c \sim t'_c$ 関係が得られ、 $t'_c \sim \omega$, $t'_c \sim \omega$ 関係が得られる。

(4) ピーク流量推算式(合理式)の検討: ピーク到達時間 $t'_{pc} = t'_c - \tau_c$ 内の平均降雨強

	m	UU	TU	UT	TT
矩形	1	○	○	○	○
	$3/2$	○	○	△	×
	$5/2$	○	△ ($\nu=0,1$)	×	×
円錐	2	○	○	○	×
	2	△	×	○($\lambda=0$) ○($\lambda=1$)	×
円錐	1	○	○	○	○
	2	△	×	○($\lambda=0$) ○($\lambda=1$)	×

○: 初等積分可能
△: 本稿内積分可能(計2種)
▽: " (計3種)

度 γ_{mp} , あるいはその近似として従来用いられている γ_{m2} と η_p の大小関係の比較検討を ω , ν との関係において行った。ここに, $\gamma_{m2} = \int_{t_p}^{t_p'} r(t) dt / (t_p' - t_p) \dots \textcircled{10}$ で, t_p' は $r(t_p') = r(t_p)$ を満足する $0 \leq t_p' < \nu$ なる時刻である(図-5参照)。

4. 主要な結果と考察

(1) 出水波形特性: 図-1は降雨UUに対する $m=2$ の $\eta(t)$ の斜面形による差異を ω をパラメータとして比較したもので, C-CONE, D-CONEはそれぞれ収束型, 発散型の円錐を示す。図-2は降雨の空間分布のピークが上流端($\lambda=0$)にある場合と下流端($\lambda=1$)にある場合の $\eta(t)$ の差異を $m=1, 3/2, 2$ の場合について ω をパラメータとして比較したもので矩形斜面の場合である。図-3は $m=2$ の場合の C-CONE に $\lambda=0$, D-CONE に $\lambda=1$ の降雨分布を与えた場合の $\eta(t)$ を示している。他の場合の図は省略するが, この検討により得られた主要な結果は, 収束型斜面の効果は降雨の空間分布

が上流側に偏在する場合に, 発散型斜面の効果はその逆の場合に, それぞれ等価もしくは類似

図-2 降雨UTの $\lambda=0$ (上流端ピーク) と $\lambda=1$ (下流端ピーク) による m 値による出水波形の差異すること, 及び降雨の空間分布が上, 中流部に偏在する場合, 段波状の出水, 即ち鋭角水が生じる可能性を示唆していることである。

(2) 出水ピーク関連: 図-4は降雨TU, $m=3/2$ の場合の $\eta_p \sim \omega$ 関係を ν をパラメータとして示したもので, $\omega < 1$ の場合, 降雨ピークが後方にある(ν が大)ほど η_p が大きくなることを示している。なお, 同図中の点線は $m=1$ (線形) の場合で, η_p は ν と無関係となること等を示す。

また, 図には示さないが, UTの場合 t_{pc}, t_{pe}, t_{cm} の位置関係の例は λ の η_p に対する効果はわずかで, むしろ t_p' に対する効果が $\omega > 1$ で大きくなる。図-5は $m=3/2$, TU ($\nu=0.3$), $\omega=1/2$ の場合を例にして, $t_{pc}, t_{pe} (=t_p' - t_p), t_{cm}$ の位置関係を示したもので, 洪水到達時間の極小値 t_{cm} が流出ピークを伴って生じることを示している。図-6は⑩式の γ_{m2} が η_p の推算値としてどの程度の精度があるかを $m=3/2$ の場合について, ν をパラメータとして, ω との関係において示したものである(右よりの点線は $\gamma_{m2}=1$ の境界で, これより右の γ_{m2} は図-5の $\omega=2$ に対するような t_{pe} を用いて, $\gamma_{m2} = 1/t_{pe}$ と定義)。 $m=1$ の場合は, $\gamma_{mp} = \gamma_{m2} = \eta_p$ となり, いわゆる合理式が厳密に成立するわけであるが, $m=3/2$ の場合でも $\omega < 1$ の範囲では10%程度以内の誤差で近似的に成立することがわかる。ただし, $\gamma_{m2} / \eta_p < 1$ となる場合があるということは, γ_{m2} を有効降雨のものであるとみた場合, 合理式におけるピーク流出係数が1を越える場合があることを示唆しているといえよう。

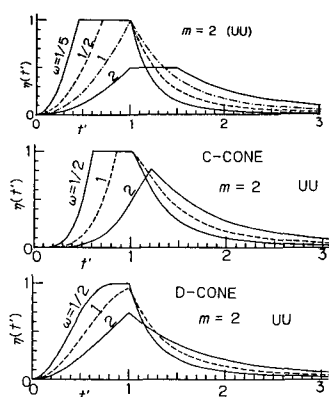


図-1 斜面形による出水波形の差異

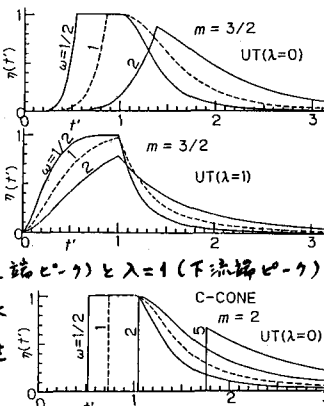


図-3 収束・発散型地形と降雨の空間分布の相乗効果

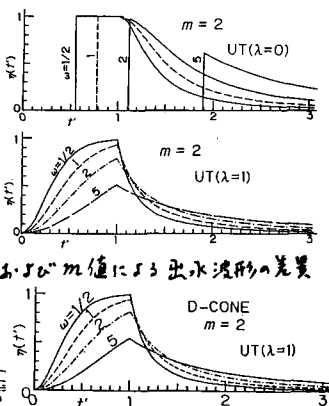


図-6 ηp/γm2 ~ ω 関係

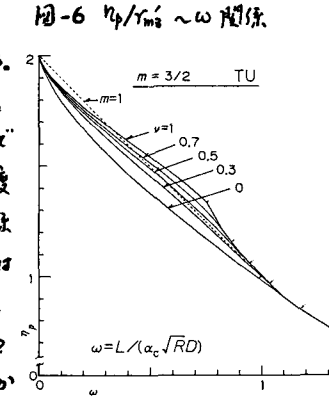
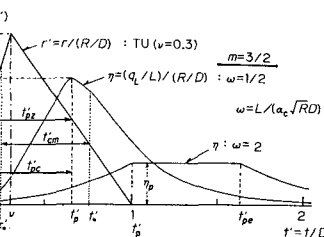


図-4 ηp ~ ω 関係