

[465] 走行荷重によるMindlin扇形平板の動的応答解析

大阪市立大学 正員 ○小林 治俊  
 大阪市 正員 西川 匡  
 大阪市立大学 正員 園田恵一郎

1. まえがき

筆者ら[1]は、先に走行荷重下の扇形平板の動的応答解析を薄板理論に基づき行ない、開角、アスペクト比、荷重の走行位置、走行速度、板の内部減衰が動特性に与える影響を明らかにした。本研究は、動特性に及ぼせん断変形の影響を検討する目的で、Mindlin 平板理論に基づく解析を行なったものである。なお、板の内部減衰は考慮せず、回転慣性についても矩形板に関する結果[2,3]を考慮しその影響は小さいものとして無視した。

2. 動的応答解析

図1に取り扱う扇形板の形状と座標系を示す。走行荷重は直線辺、中心円弧長がともにLの扇形等分布荷重qで、 $r = r'$ の円弧に沿って一定の速度vで走行するものとする。また境界条件は、2直線辺が単純支持、2円弧辺が自由である。

基礎方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{D}{2}[(1-\nu)\left\{(\nabla^2 - \frac{1}{r^2})\psi_r - \frac{2\partial\psi_\theta}{r^2\partial\theta}\right\} + (1+\nu)\frac{\partial\phi}{\partial r}] + \kappa Gh\left(\frac{\partial w}{\partial r} - \psi_r\right) &= 0 \\ \frac{D}{2}[(1-\nu)\left\{(\nabla^2 - \frac{1}{r^2})\psi_\theta + \frac{2\partial\psi_r}{r^2\partial\theta}\right\} + (1+\nu)\frac{\partial\phi}{r\partial\theta}] + \kappa Gh\left(\frac{\partial w}{r\partial\theta} - \psi_\theta\right) &= 0 \\ \kappa Gh(\nabla^2 w - \phi) + q &= \rho h \partial^2 w / \partial t^2 \end{aligned} \tag{1}$$

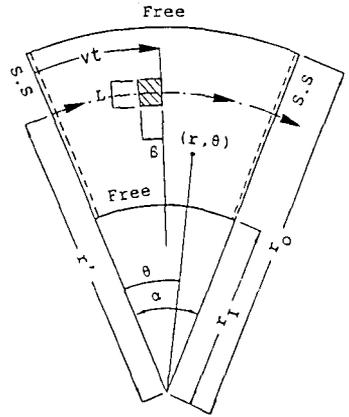


図1. 座標系

ここで、 $w$ =たわみ； $\psi_r, \psi_\theta = r, \theta$ 方向の回転角； $D$ =板剛度； $G$ =せん断弾性係数； $\nu$ =ポアソン比； $h$ =板厚； $\rho$ =板の密度； $\kappa(=5/6)$ =せん断修正係数； $t$ =時間； $q$ =荷重； $\nabla^2$ =Laplacian； $\phi = \partial\psi_r / \partial r + \partial\psi_\theta / r \partial\theta + \psi_r / r$ 。

式(1)の解を次の様に表わす。

$$\begin{bmatrix} w \\ \psi_r \\ \psi_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^S(r, \theta, t) \\ \psi_r^S(r, \theta, t) \\ \psi_\theta^S(r, \theta, t) \end{bmatrix} + \sum_m \sum_n Q_{mn}(t) \begin{bmatrix} W_{mn}(r, \theta) \\ \psi_{r,mn}(r, \theta) \\ \psi_{\theta,mn}(r, \theta) \end{bmatrix} \tag{2}$$

ここに、 $(w^S, \psi_r^S, \psi_\theta^S)$ は式(1)で慣性項を省いた静的問題の解であり、また $(W_{mn}, \psi_{r,mn}, \psi_{\theta,mn})$ は式(1)で荷重項を省いた自由振動問題から得られる固有関数である。式(2)を式(1)へ代入すると時間項 $Q_{mn}(t)$ に関する次の微分方程式を得る。(・ = d/dt,  $P_{mn}$ =円振動数)

$$\ddot{Q}_{mn} + P_{mn}^2 Q_{mn} = \int_A (-\ddot{w}^S) W_{mn} r dr d\theta / \int_A W_{mn}^2 r dr d\theta \tag{3}$$

3. 数値計算結果

開角 $\alpha = \pi/6$ 、半径比 $r_1/r_2 = 0.7$ 、荷重幅 $L = (r_2 - r_1)/20$ 、ポアソン比 $\nu = 0.2$ とした場合の結果を図

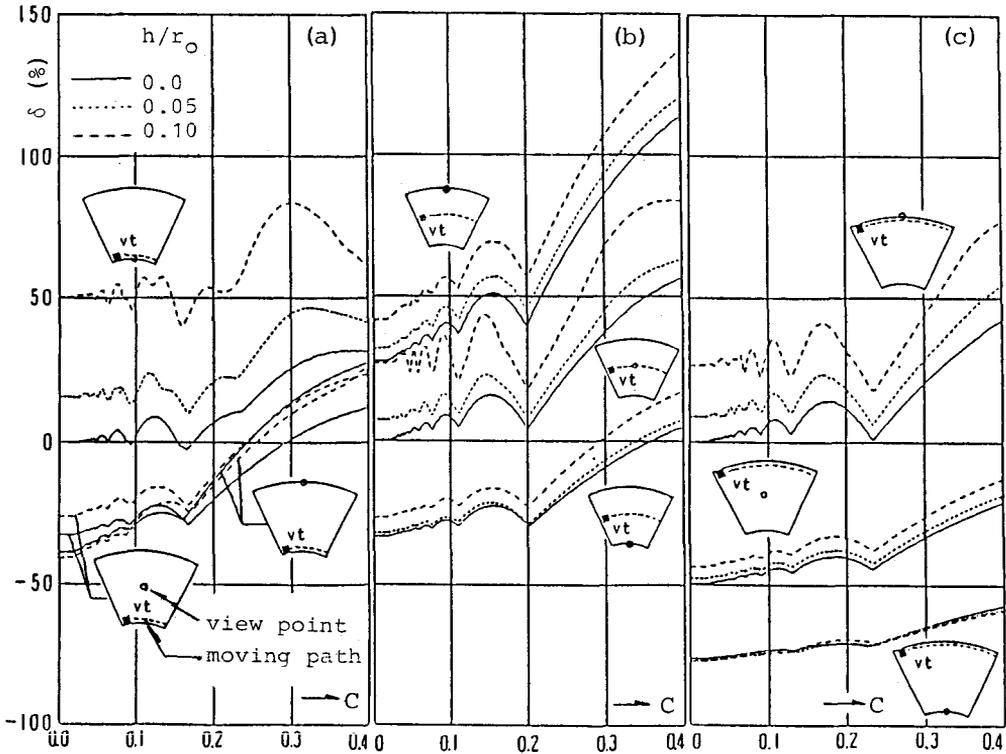


図2. たわみの動的増加率、走行位置：(a) 内円弧(b) 中心円弧(c) 外円弧

2-図4 に示す。動的増加率 $\delta$ 及び速度パラメータ

$C$ は

$$\delta = \frac{w_{\max} - w_{\max}^s}{w_{\max}^s} \times 100\%$$

$$C = v / (r_i + r_o) p_{11}$$

で定義した。ただし $p_{11}$ は薄板の基本円振動数。これらの図より板厚比 $h/r_o$ の増大とともに、せん断変形の影響がたわみに現われるが、曲げモーメントへの寄与はほとんど無いことがわかる。

他の結果は講演当日発表する予定である。

#### 4. 参考文献

- [1] 萩田、園田、小林、山中：走行荷重による扇形平板の動的応答解析、昭60年度土木学会年講 [2] 園田、小林、山中：走行荷重による矩形板の動的応答に与えるせん断変形および回転慣性の影響、昭59年度土木学会年講 [3] Shirakawa: Response of Rectangular Thick Plates to Moving Single Loads, Ingenieur-Archiv, Vol.50, 1981

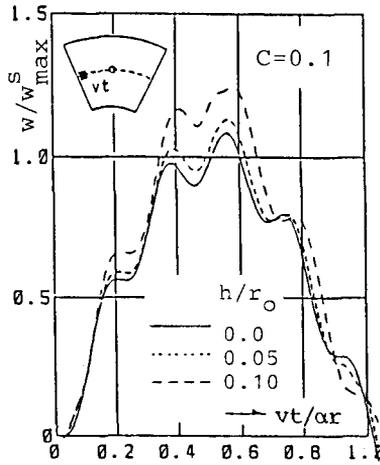


図3. たわみの動的応答曲線

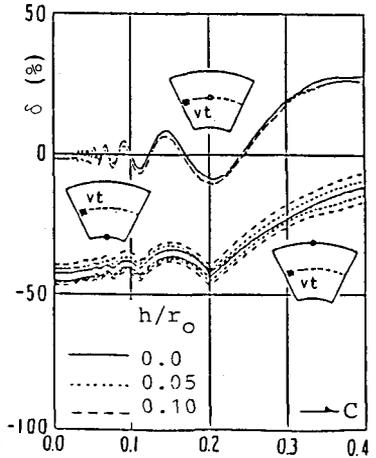


図4. モーメント  $M_\theta$  の動的増加率