

I-432

Nigam-Jennings法による剛体のロッキング振動解析

東京電機大学 大学院 学生員○鈴木 知宏
東京電機大学 理工学部 正会員 奥村 敏恵
東京電機大学 理工学部 正会員 松井 邦人

1. はじめに

近年、構造物が大型化するに伴って、基礎のロッキングの影響を考慮することが重要であると考えられている。また、ロッキング振動に伴い、基礎が地盤から浮き上がるという現象を引き起す。このような動的解析は、従来はNewmark β 法、またはWilson θ 法などが数値計算法に使われてきたが、これら手法は共通の問題点として、時間刻み Δt が数値解析アルゴリズムの安定性、および計算結果の精度に及ぼす影響が考えられる。またモーダル解析を用いると厳密解ではあるが、解は一般にDuhamel積分の形となり、これを数値積分することは、非常に非効率的である。Nigam-Jennings法はDuhamel積分を漸化式に置き換えて厳密的に解くものであり、弾性応答解析には効率的な手法である。大野等はこの方法を1質点系弾塑性モデルへの拡張を試みている。本研究はこの手法を浮上りを考慮したロッキング振動解析に適用するものである。

2. 浮上りを考慮したロッキング振動解析の基本式

図-1に示すような剛体基礎の振動モデルにおいて、浮上りを考慮した運動方程式をたてると以下のようになる。

$$\begin{vmatrix} \frac{1+\alpha^2}{12} & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{b} \\ \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{1}{4}(\alpha^2\omega_R^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_L + \varepsilon_R)\omega_R) & \frac{1}{2}\alpha\omega_R - \frac{1}{4}(\varepsilon_L - \varepsilon_R)\omega_R \\ \frac{1}{2}\alpha\omega_R & \omega_R \\ -\frac{1}{4}(\varepsilon_L - \varepsilon_R)\omega_R & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b \\ u \\ v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -\ddot{u}_0 \\ -g \end{vmatrix} \quad (1)$$

ここで、 α :形状比、 $\omega_R = 2k_H/m$, $\omega_V = 2k_V/m$, $\varepsilon_L, \varepsilon_R$ は剛体の底辺の端部の2頂点の接触状態を表わすパラメータであり、 $\varepsilon = 1$ は接触、 $\varepsilon = 0$ は浮上りを表わす。

また、振動中の系の状態としては、両端接触($\varepsilon_L = 1, \varepsilon_R = 1$)、両端浮上($\varepsilon_L = 0, \varepsilon_R = 0$)、左端浮上($\varepsilon_L = 0, \varepsilon_R = 1$)、右端浮上($\varepsilon_L = 1, \varepsilon_R = 0$)が考えられる。

次に、それぞれ4種類の運動方程式をNigam-Jennings法を用いたモーダル解析を行う、運動方程式は一般に以下のように書ける。

$$M \ddot{Z} + K Z = F(t) \quad (2)$$

減衰に対する評価は、減衰定数 h を用いて、基準座標に関する運動方程式は

$$\ddot{p}_i + 2h\omega_i \dot{p}_i + \omega_i^2 p_i = Y_i^T F(t) \quad (3)$$

$$F(t) = (0, -\ddot{u}_0, -g)^T \quad (4)$$

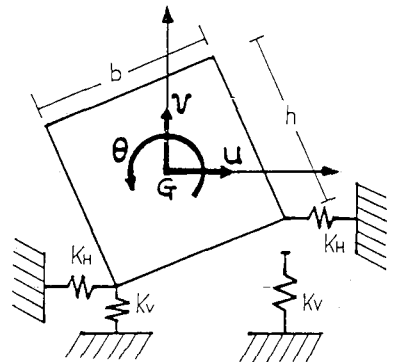


図-1 解析モデル

ここで、微小時刻区間における、加速度の変化を直線として、仮定すれば区間 $t_n \sim t_{n+1}$ の運動方程式は以下ようになる。

$$\ddot{p}_i + 2h\omega_i \dot{p}_i + \omega_i^2 p_i = -Y_{2i} \ddot{u}_{0n} - Y_{3i} g - 2Y_{2i} (\ddot{u}_{0n+1} - \ddot{u}_{0n}) \frac{t-t_n}{4t} \quad (5)$$

(1) 浮上りのない場合

Nigam-Jennings法を用いると、以下のような漸化式が得られる。

$$\begin{vmatrix} P_i(t_n + \Delta t) \\ \dot{P}_i(t_n + \Delta t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_i(t_n) \\ \dot{P}_i(t_n) \end{vmatrix} + Y_{2i} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{u}_{0n} \\ \ddot{u}_{0n+1} \end{vmatrix} \quad (6)$$

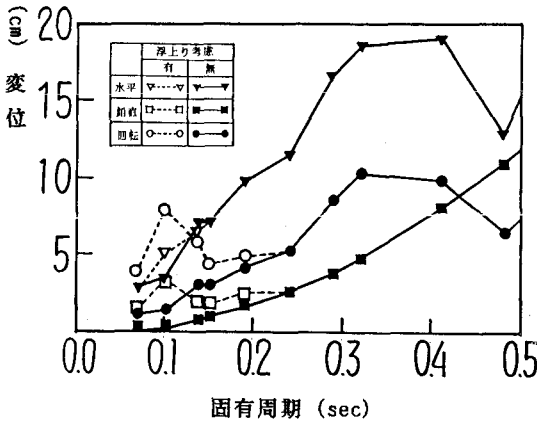
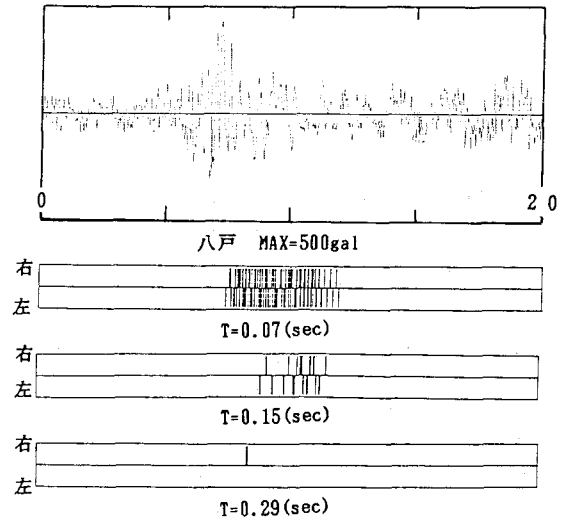

図-2 変位応答スペクトル ($\alpha = 1$)


図-3 基礎の浮上り状況

$$a_{11} = e^{-h\omega dt} \left(\frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \sin \omega' dt + \cos \omega' dt \right)$$

$$a_{12} = \frac{e^{-h\omega dt}}{\omega'} \sin \omega' dt$$

$$a_{21} = -\frac{\omega}{\sqrt{1-h^2}} e^{-h\omega dt} \sin \omega' dt$$

$$a_{22} = e^{-h\omega dt} \left(\cos \omega' dt - \frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \sin \omega' dt \right)$$

$$b_{11} = e^{-h\omega dt} \left[\left(\frac{2h^2-1}{\omega^2 dt} + \frac{h}{\omega} \right) \frac{\sin \omega' dt}{\omega'} + \left(\frac{2h}{\omega^2 dt} + \frac{1}{\omega^2} \right) \cos \omega' dt \right] - \frac{2h}{\omega^2 dt}$$

$$b_{12} = -e^{-h\omega dt} \left[\left(\frac{2h^2-1}{\omega^2 dt} \right) \frac{\sin \omega' dt}{\omega'} + \frac{2h}{\omega^2 dt} \cos \omega' dt \right] - \frac{1}{\omega^2} + \frac{2h}{\omega^2 dt}$$

$$b_{21} = e^{-h\omega dt} \left[\left(\frac{2h^2-1}{\omega^2 dt} + \frac{h}{\omega} \right) (\cos \omega' dt - \frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \sin \omega' dt) - \left(\frac{2h}{\omega^2 dt} + \frac{1}{\omega^2} \right) (\omega' \sin \omega' dt + h\omega \cos \omega' dt) \right] + \frac{1}{\omega^2 dt}$$

$$b_{22} = -e^{-h\omega dt} \left[\frac{2h^2-1}{\omega^2 dt} (\cos \omega' dt - \frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \sin \omega' dt) - \frac{2h}{\omega^2 dt} (\omega' \sin \omega' dt + h\omega \cos \omega' dt) \right] - \frac{1}{\omega^2 dt}$$

(7)

(2) 浮上りのある場合

(5) 式、及びその漸化式は以下のようになる。

$$\ddot{p}_i = -Y_{2i} \ddot{u}_{0n} - Y_{3i} g - 2Y_{2i} (\ddot{u}_{0n+1} - \ddot{u}_{0n}) \frac{t-t_n}{4t} \quad (8)$$

$$\begin{vmatrix} p_i(t_n + \Delta t) \\ \dot{p}_i(t_n + \Delta t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p_i(t_n) \\ \dot{p}_i(t_n) \end{vmatrix} + Y_{2i} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{u}_{0n} \\ \ddot{u}_{0n+1} \end{vmatrix} + Y_{3i} \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1 & a_{12} &= \Delta t & b_{11} &= -\frac{\Delta t^2}{3} & b_{12} &= -\frac{\Delta t^2}{6} & c_1 &= -g \frac{\Delta t^2}{2} \\ a_{21} &= 0 & a_{22} &= 1 & b_{21} &= -\frac{\Delta t}{2} & b_{22} &= -\frac{\Delta t}{2} & c_2 &= -g \Delta t \end{aligned} \quad (10)$$

3. 結論

本研究により、Nigam-Jennings法を浮上りを伴うロッキング振動解析への初めての拡張ができた。時間 Δt の大きさにあまりとらわれることなく、精度よい結果が得られる。これは、Newmark β 法と比較して、大きな利点である。しかし、 Δt を十分に大きくとる場合には、浮上る瞬間及び接触する瞬間の時刻を精度よくおさえる必要があるように思われる。

1) 柴田：最新耐震構造解析，森北出版(1981)

2) 大野、石川、松井、石郷岡、池見：Nigam-Jennings法による弾塑性地震応答解析，関東支部研究発表会(1986)