

I-402

拡張カルマンフィルタによる地盤の伝達関数同定

日本国土開発(株) 技術研究所 正会員 ○石原 哲哉
日本国土開発(株) 技術研究所 三浦 篤

はじめに

最近、地表および地中の同時地震動観測が多く行われている。ところで、実測記録に基づいて、波動伝播形態の区分、地盤の伝達関数の推定およびモデル化を行うことは、推定方法の問題があり、これを精度よく行うことは困難な問題の一つである。

ここでは、フーリエ変換を利用した一次元のせん断波動論により¹⁾二層から成る地盤の伝達関数を定式化した上で、拡張カルマンフィルタ²⁾を用いて伝達関数に含まれるパラメータの同定を行った。その結果について報告する。

2. システムの構成と拡張カルマンフィルタ・アルゴリズム

二層から成る水平堆積地盤における重複反射波を対象に動特性の同定を行う。いま、地表および地中における同時観測波形 u_1, u_3 が得られており、各層の厚さ H_1, H_2 は、既知である。 u_1, u_3 のフーリエ変換をそれぞれ U_1, U_3 とし、伝達関数を $\Phi(\omega)$ とすると、

$$U_1 = \Phi(\omega) \cdot U_3 \quad (1)$$

と表される。Schnabel等の方法¹⁾を用いて、伝達関数を $\Phi(\omega)$ を求めると、

$$\Phi(\omega) = 4 / \{ (1 + \alpha_1) \cdot \exp(i\kappa_2 H_2) \cdot \exp(i\kappa_1 H_1) + (1 - \alpha_1) \cdot \exp(-i\kappa_2 H_2) \cdot \exp(i\kappa_1 H_1) \\ + (1 - \alpha_1) \cdot \exp(i\kappa_2 H_2) \cdot \exp(-i\kappa_1 H_1) + (1 + \alpha_1) \cdot \exp(-i\kappa_2 H_2) \cdot \exp(-i\kappa_1 H_1) \} \quad (2)$$

ここに、 α_1 は第一層の複素インピーダンス、 κ_1, κ_2 はそれぞれ第一層、第二層の複素波数である。

状態量を x 、測定値を y とすると、状態方程式および観測方程式は、一般に次式で表される。

$$x_{t+1} = f(x_t) + w_t \quad (3) \quad y_t = h(x_t) + v_t \quad (4)$$

ここに、 w_t, v_t は、それぞれ状態量、測定値に含まれるノイズである。

式(2)に含まれる未知パラメータを状態量 x を用いて次のように表す。

$$\kappa_1 = \omega \cdot \exp(x_1 + ix_2) \quad (5) \quad \kappa_2 = \omega \cdot \exp(x_3 + ix_4) \quad (6)$$

$$\alpha_1 = x_5 \cdot \exp(x_3 - x_1 + ix_4 - ix_2) \quad (7)$$

上式において $\kappa_1, \kappa_2, \alpha_1$ は振動数領域において一定である。したがって、式(3)は、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}_t + \{w\}_t \quad (8)$$

測定値 y は、フーリエ変換 U_1 の実部と虚部を別々に扱い³⁾、

$$y_1 = \text{real}(U_1) \quad (9) \quad y_2 = \text{imag}(U_1) \quad (10)$$

とすれば、観測方程式(4)は、式(1)を用いて次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \text{real}(U_1) \\ \text{imag}(U_1) \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \text{real}(U_3 \cdot \Phi) \\ \text{imag}(U_3 \cdot \Phi) \end{bmatrix}_t + \{v\}_t \quad (11)$$

一般に、拡張カルマンフィルタ・アルゴリズムは、次のようになる。

$$x_{t+1/t} = f_t(x_{t/t}) \quad (12)$$

$$x_{t/t} = x_{t/t-1} + K_t[y_t - h_t(x_{t/t-1})] \quad (13)$$

$$K_t = P_{t/t-1} H_t [H_t P_{t/t-1} H_t + R_t]^{-1} \quad (14)$$

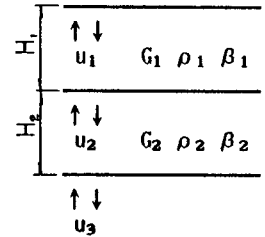


図-1 地盤のモデル

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + Q_t \quad (15)$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - P_{t/t-1} H_t^T [H_t P_{t/t-1} H_t + R_t]^{-1} H_t P_{t/t-1} \quad (16)$$

ここに、

- $x_{t/t}$: y_t が得られたときの x の最適推定値
 $x_{t+1/t}$: $x_{t/t}$ に基づく x の最適推定値の予測値
 $P_{t/t}$: $x_{t/t}$ の推定誤差共分散行列
 K_t : フィルタ・ゲインと呼ばれるもので、予測誤差に関する補正係数
 $P_{t+1/t}$: 推定誤差共分散行列の予測値
 R_t : v_t の共分散行列
 Q_t : w_t の共分散行列

状態量 x は振動数領域において一定であるから、 F_t は単位マトリックスとなる。また H_t は、次式で与えられる。

$$[H_t] = \begin{bmatrix} \text{real}(U_3 \cdot \partial \Phi / \partial x_1), \text{real}(U_3 \cdot \partial \Phi / \partial x_2), \dots, \text{real}(U_3 \cdot \partial \Phi / \partial x_5) \\ \text{imag}(U_3 \cdot \partial \Phi / \partial x_1), \text{imag}(U_3 \cdot \partial \Phi / \partial x_2), \dots, \text{imag}(U_3 \cdot \partial \Phi / \partial x_5) \end{bmatrix}_{x=x_{t/t-1}} \quad (17)$$

3 シミュレーションの結果

地盤のせん断弾性係数を G 、密度を ρ 、減衰定数を β とすると、複素波数、複素インピーダンスは、

$$k_n = \sqrt{\rho_n G_n (1 + 2i\beta_n)} \quad (18) \quad \alpha_n = \sqrt{\rho_n G_n (1 + 2i\beta_n)} / \rho_{n+1} G_{n+1} (1 + 2i\beta_{n+1}) \quad (19)$$

となる。これを用いて、式(2)の伝達関数を求めた。次に、地中の測定波形のフーリエ変換 U_3 を仮定し、式(1)から地表での測定波形のフーリエ変換 U_1 が求まる。こうして得られた U_1 の実部と虚部にそれぞれノイズを付加したシミュレーション用データを作成した。

同定された物理量 x から地盤定数を算定する。ただし、物理量 x は5個に対し、地盤定数は6個である。したがって、 ρ_1/ρ_2 の比しか求められない。表-1では、 $\rho_2 = 0.214$ として ρ_1 を算出した。

同定する物理量が収束するまでの繰り返しおよび収束の判定は、星谷・斎藤⁴⁾の提案したEK-WGI法を用いた

表-1 シミュレーションに用いた地盤定数および同定結果

	U ₁ に付加するノイズ %	同定の結果						
		G ₁ 0.200 E+5	ρ_1 0.184	β_1 0.100	G ₂ 0.105 E+6	ρ_2 0.214	β_2 0.080	残 差 %
Case 1	0	0.2000E+5	0.1840	0.1000	0.1050E+6	—	0.0800	0.4080E-6
Case 2	20	0.2001E+5	0.1845	0.1147	0.1055E+6	—	0.0685	0.1502
Case 3	30	0.1945E+5	0.1913	0.1181	0.1137E+6	—	0.0674	0.2320
Case 4	60	0.1905E+5	0.1957	0.1545	0.1160E+6	—	0.0372	0.3881

せん断弾性係数および密度は、正解に対して10パーセント以内の誤差範囲に収束している。減衰定数は付加するノイズが大きくなるほど誤差が大きくなり15~55パーセントになっている。この点は、 β_1 と β_2 の和がほぼ一定であることを考えると、式(5),(6)のパラメータの置きかたを工夫することにより改善できる可能性がある。

4 おわりに

筆者等は、昭和61年4月から地中・地表の同時地震観測を実施している。次の機会には、今回の方法を用いて地震記録から求めた地盤定数とSP検層等により求めた結果の比較について報告したい。

最後に、EK-WGI法の実施にあたり、フジタ工業㈱の斎藤氏にお世話になった。記して感謝の意を表します

参考文献

- 1) Schnabel, P.B., Lysmer, J. and Seed, H.B.: SHAKE A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites, Report No. EERC 72-12, EERC, Univ. of California, Berkeley 1972.12
- 2) 片山 徹: 応用カルマンフィルター、朝倉書店、1983
- 3) 星谷 勝、丸山 収: EK-WGI法による構造物の動特性推定法の定式化、第18回地震工学研究発表会、85'7
- 4) 星谷 勝、斎藤悦郎: 線形多自由度系の動特性の推定、土木学会論文集、第344号/1-1, 1984.4.