

京都大学防災研究所 正員 清野純史

京都大学防災研究所 正員 土岐憲三

京都大学防災研究所 正員 佐藤忠信

1. まえがき 長大橋梁のような構造物においては、地盤性状の違いや地動の位相差によって各支点で異なった入力を受ける。このような構造物に対しては地動の位相差を考慮した応答解析を行わなければならない。しかし、実際問題として各支点にどのような地震動を入力すべきかについては不明な点も多い。

本研究では、構造物系の応答として観測された波形から各支点に入力した波形を同定する手法を確立し、その有用性を確かめる。ここでは、OTTら¹⁾の1入力1出力系に対する Kalman Inverse Filter を多自由度系に拡張し、3自由度系に異なる地震動が入力した時の応答波形(変位)から入力波形(変位)を同定する。

振動・地震工学におけるカルマンフィルタを用いた同定手法としては、星谷・齊藤が提案した入出力波形を用いて構造物の動特性を同定する手法²⁾³⁾、Crumpの手法をもとに筆者らが日本海中部地震の余震・本震記録を使って断層の破壊過程を同定した手法⁴⁾などがある。

2. Inverse Filter の定式化 次式のような一次の線形微分方程式ならびに観測方程式が与えられた時の離散化カルマンフィルタアルゴリズムは表-1のように表される。

$$\dot{X}(t) = AX(t) + W(t), \quad (X_t = \Phi_{t/t-1} X_{t-1} + h_{t-1}) \quad (1)$$

$$y(t) = BX(t) + V(t), \quad (y_t = B X_t + V_t) \quad (2)$$

式(1),(2)とも第一式は連続型、第二式は離散型を表す。

式(1)の第一式の両辺に e^{-At} を乗じて整理したものが式(1)の第二式であるから、 h_{t-1} は以下になる。

$$h_{t-1} = \int_{t-1}^t \Phi(t, \tau) w(\tau) d\tau \quad (3)$$

ところが式(1)の第二式より

$$h_{t-1} = X_t - \Phi_{t/t-1} X_{t-1} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} X_t & \text{exact value} \\ \Phi_{t/t-1} X_{t-1} & \text{prediction value} \end{pmatrix}$$

である。したがって表-1を基に $X_t \rightarrow X(t|t)$ 、 $\Phi_{t/t-1} X_{t-1} \rightarrow X(t|t-1)$ と置き換えると次式を得る。

$$h_{t-1} = X(t|t) - X(t|t-1) \quad (5)$$

式(3),(5)を等値することにより $w(t)$ を求めることができる。

3. モデルに対する同定結果と考察 図-1に示したものが本研究で用いた3質点系(3自由度)のモデルであり、この諸元を示したものが表-2である。このモデルに図-2の波形を入力した時の変位・速度応答を示したものが図-3である。入力ホワイトノイズに包絡線関数を掛けて加速度とし、逐次積分して速度・変位波形とした。この系の運動方程式は以下になる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = [D]\{\ddot{z}\} + [S]\{\dot{z}\} = \{\ddot{z}_0\} \quad (6)$$

ここで

$$\begin{cases} \{x_1\} = \{u\} \\ \{x_2\} = \{\dot{u}\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = \{\dot{u}\} = \{x_2\} \\ \dot{x}_2 = \{\ddot{u}\} = [M]^{-1} \{\ddot{z}_0\} - [M]^{-1} [C]\{\dot{u}\} - [M]^{-1} [K]\{u\} \end{cases} \quad (7)$$

表-1 カルマンフィルタアルゴリズム

- ①初期値の決定
 $x(t_0), P(t_0)$
- ②状態ベクトルの推定値の計算
 $x(t|t-1) = \Phi(t|t-1)x(t-1|t-1)$
- ③推定誤差共分散マトリクスPの計算
 $P(t|t-1) = \Phi(t|t-1)P(t-1|t-1)\Phi^T(t|t-1) + \Gamma(t-1)Q(t-1)\Gamma^T(t-1)$
- ④カルマンゲインマトリクスKの計算
 $K(t) = P(t|t-1)M^T(t) [M(t)P(t|t-1)M^T(t) + R(t)]^{-1}$
- ⑤観測値 y_t の取り入れ
 $x(t|t) = x(t|t-1) + K(t) [y_t - M(t)x(t|t-1)]$
- ⑥新たな推定誤差共分散マトリクスPの計算
 $P(t|t) = [I - K(t)M(t)] P(t|t-1) [I - K(t)M(t)]^T + K(t)R(t)K^T(t)$
- ⑦ $t = t+1$ としてステップ②に戻る。

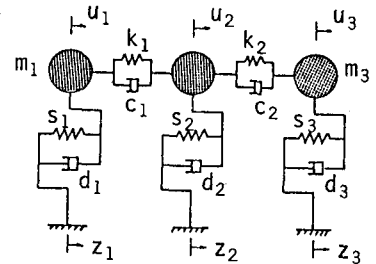


図-1 3質点系モデル

表-2 モデルの諸元

	mass 1	mass 2	mass 3
mass: m_i ($t \cdot \text{sec}^2/\text{m}$)	6	4	8
damping coeff.: s_i ($t \cdot \text{sec}/\text{m}$)	4	2	4
spring const.: d_i (t/m)	4000	2000	4000
damping coeff.: c_i ($t \cdot \text{sec}/\text{m}$)	3	3	
spring const.: k_i (t/m)	2000	2000	

とくと式(6)は次式のように変形される。

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ [M]^{-1}[K]\{u\} & [M]^{-1}[K]\{u\} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ [M]^{-1}\{\ddot{z}_0\} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

これに

$$\{y\} = [B] \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \{v\} \quad (9)$$

なる観測方程式を考え、図-3の応答波形を観測値とし、系の諸元を既知として2.で示した定式化にしたがって入力波形を同定する。

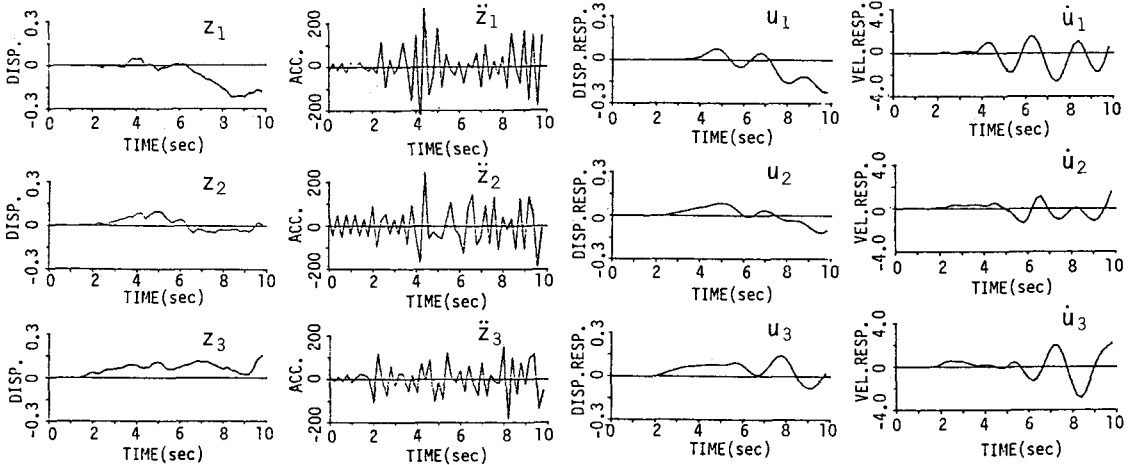


図-2 入力波形(変位・加速度)

図-3 変位・速度応答波形

図-4は質点1の入力波形の同定結果であり、それぞれ同定に用いた観測波形の数は異なっている。上から質点1・2・3の変位応答波形、質点1・2の変位応答波形、質点1の変位応答波形と質点1の速度応答波形、そして質点1のみの変位応答波形をそれぞれ観測値として与えたものである。同様に図-5は質点2の同定結果であり、上から質点1・2・3の変位応答波形、質点2の変位応答波形と質点2の速度応答波形、質点1・2の変位応答波形、そして質点2のみの変位応答波形をそれぞれ観測値として与えたものである。これより全ての質点での観測波形が得られれば、入力波形は同定可能であり、また質点1に関しては質点2の波形または同じ質点における速度波形がわかればほぼ同定可能であることがわかる。このことは質点3に関しても同様である。質点2に関しては質点1・3の双方から影響を受けるため、質点2とどちらか一方の観測波形のみでは同定の難しいことがわかる。以上より、各質点に隣接する質点の応答、あるいはそれに相当する情報(たとえば同一質点における速度波形など)が観測値として与えられればその入力はある程度同定可能であると言える。

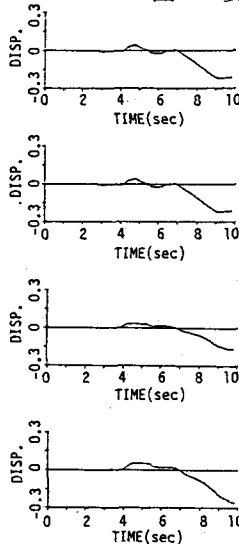


図-4 同定された質点1の入力波形

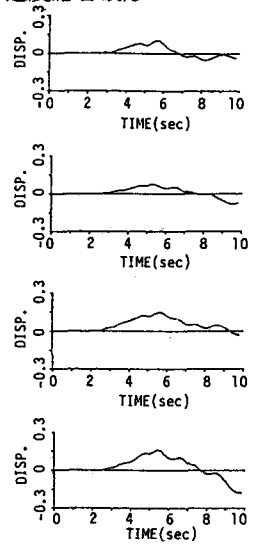


図-5 同定された質点2の入力波形

参考文献 1)N.OTT:Geophys.Prosp.,Vol.20,1972. 2)星谷・斉藤:土木学会論文集,339,1983. 3)星谷・斉藤:土木学会論文集,344,1984. 4)土岐・佐藤・清野:京都大学防災研究所年報,第29号B-2,昭和61年4月。