

I-369

斜め入射せん断波を受ける弾性体中にある円筒の過渡的応答解析

室蘭工業大学大学院 学生員 天野 俊哉
 室蘭工業大学 正員 松岡 健一
 室蘭工業大学 正員 岸 徳光
 日本大学 正員 能町 純雄

1. まえがき 埋設管や円形トンネルのある弾性体に、地震波などの弾性波動を受けるときの動的挙動を知ることは、興味ある問題である。すでに著者らは無限弾性体中に円孔や別の異質な円筒状介在物が存在するとき、その円筒の軸線に角度をもって入射し、伝播するP波・S波による円筒周辺の動的応答を解析したが¹⁾、本研究は入射波をRicker waveletとして、その過渡的応答を解析するものである²⁾。Ricker waveletは、時間でFourier変換することにより、各周波数の重ね合わせで表すことが出来るので、解析はまず波動方程式の定常波動状態の変位解を求め、これを周波数領域で重ね合わせることににより過渡応答を解析した。

2. 基礎変位式 図-1のように、無限弾性体中におかれた厚肉円筒の円筒軸をz軸とする円柱座標を考え、z軸と角度 ϕ をなす方向から、せん断波が入射する定常状態を考えるものとする。入射波の角速度 ω 、速度Vsとすると、入射波によって引きおこされる円筒の変位および応力は次のように表される。

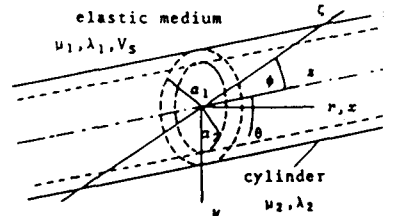


図-1 無限弾性体中の厚肉円筒

$$f = \bar{f} \exp[i(\omega t - N_s z)], \quad N_s = \omega \sin \phi / V_s \quad (1)$$

(1)式を考慮し、波動方程式をFourier・Hankel変換することによって定常波動状態の変位式は次のように求められる。

$$\begin{aligned} u^{(i)} &= \int_m C_m (\bar{A}_{mr} + \bar{B}_{mr}) \cos m \theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \\ v^{(i)} &= \int_m C_m (\bar{A}_{mr} - \bar{B}_{mr}) \sin m \theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \\ w^{(i)} &= \int_m C_m \bar{W}_{mr} \cos m \theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \end{aligned} \quad C_0 = 1/2\pi, C_m = 1/\pi \quad (m \neq 0) \quad (2)$$

$$\bar{A}_{mr} = \left\{ \left[\frac{X_{mp}^{(i)}(N_s, r)}{N_s} \left(\alpha_{mk}/2\mu + (m+1)A_{mk} + (m-1)B_{mk} - iN_s I_{mk}/2 \right) + (\mu N_s^2/\rho\omega^2) \left\{ \frac{X_{mp}^{(i)}(N_s, r)}{N_s} \right. \right. \right. \\ \left. \left. - N_s \alpha X_{mp}^{(i)}(N_s, r)/N_s^2 \right\} (B_{mk}/2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} + iN_s I_{mk}) \right] \right\} \quad (3)$$

$$\bar{B}_{mr} = \left\{ \left[-X_{ms}^{(i)}(N_s, r)/N_s \left(\alpha_{mk}/2\mu + (m+1)A_{mk} + (m-1)B_{mk} + iN_s I_{mk}/2 \right) + (\mu N_s^2/\rho\omega^2) \left\{ \frac{X_{ms}^{(i)}(N_s, r)}{N_s} \right. \right. \right. \\ \left. \left. - N_s \alpha X_{ms}^{(i)}(N_s, r)/N_s^2 \right\} (B_{mk}/2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} + iN_s I_{mk}) \right] \right\} \quad (4)$$

$$\bar{W}_{mr} = \left\{ \left[\frac{C_m^{(i)}(N_s, r)}{C_m} E_{mk} - i(2\mu N_s/\rho\omega^2) \left\{ \frac{C_m^{(i)}(N_s, r)}{C_m} - \frac{C_m^{(i)}(N_s, r)}{C_m} \right\} (B_{mk}/2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + iN_s I_{mk} \right) \right] \right\} \quad k=1, 2. \quad (5)$$

$$\mu, \lambda \text{ を Lamé の定数、} \rho \text{ を円筒の密度} \quad N_s^2 \mu = N_s^2 - \rho\omega^2/\mu, \quad N_s^2 \alpha = N_s^2 - \rho\omega^2/(2\mu + \lambda) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C_m^{(i)}(Nr) &= R_{m,m}^{(i)}(Nr)/R_{m,m}^{(i)}(Na_k), \quad X_{mn}^{(i)}(Nr) = R_{m+1,m}^{(i)}(Nr)/R_{m,m}^{(i)}(Na_k), \quad X_{ms}^{(i)}(Nr) = R_{m-1,m}^{(i)}(Nr)/R_{m,m}^{(i)}(Na_k) \\ R_{j,m}^{(i)}(Nr) &= I_j(Nr)K_m(Na_{k-1}) - (-1)^{j+m} I_m(Na_{k-1})K_j(Nr), \quad j=m-1, m, m+1, \quad a_0=a, \end{aligned} \quad (7)$$

1. Kは変形第1種および第2種のBessel関数 係数 α, β, A, B, E は未知量 円孔を有する無限体の場合は、 $k=2$ のもののみを考慮することで与えられる。

$$C_m(Nr) = K_m(Nr)/K_m(Na) \quad X_{mp}(Nr) = -K_{m+1}(Nr)/K_m(Na) \quad X_{ms}(Nr) = -K_{m-1}(Nr)/K_m(Na) \quad (8)$$

3. 入射波 Ricker waveletは時間の関数として次のようになる³⁾。

$$A_0(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\pi^2 \tau^2 - \frac{1}{2}) \exp[-\pi^2 \tau^2] \quad , \quad \tau = t/tp \quad (9)$$

tp は A_0 のFourier変換が最大となるときの周期に対応する。

(9)式を時間についてFourier変換および逆変換すると

$$A_0(t, r, \theta, z) = \frac{tp}{4\pi} \int \xi^2 \exp[-\xi^2 + i\omega\{t - (z \cos \phi - r \cos \phi \sin \theta)/V_s\}] d\omega \quad (10)$$

従って、これまでの定常波動伝播の計算で、 ω のときの入射波の振幅を $tp\xi^2 \exp[-\xi^2]/4\pi, \xi=\omega tp/(2\pi)$ として、 ω について $-\infty$ から ∞ まで積分することにより、その動的応答を計算することができる。また、入射波による各方向変位成分 $u^{(0)}, v^{(0)}, w^{(0)}$ は(10)式より次のようになる。

$$u^{(0)} = A_0 \cos \phi \cos \theta, \quad v^{(0)} = A_0 \cos \phi \sin \theta, \quad w^{(0)} = A_0 \sin \phi \quad (11)$$

解析は、円孔を有する無限体、円筒、入射波の変位式を各境界において境界条件・適合条件を満足するように重ね合わせて解析し、未知定数を決定する。

4. 数値解析結果と考察 無限体

と円筒のポアソン比 $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$ 、 $t = 0$ 、 $V_s = 0.632$ 、 $\rho_2 / \rho_1 = 1.0$ 、 $a_2 / a_1 = 0.9$ 、 $\mu_2 / \mu_1 = 100, 1000, 10000$ 、 $\phi = \pi/6, \pi/4$ 、 $tp = 5\pi, 10\pi$ 、と変化させた場合の解析を行い結果を図-2～図-11に示した。いずれの図も横軸に z 軸、縦軸に r 軸をとり、 $\theta = 0^\circ$ 、

180° で z 軸に平行な断面における半径方向変位を示したものである。図-2, 3では同様の挙動が見られ、 $\theta = 0^\circ$ 側で反射波およびその干渉、 $\theta = 180^\circ$ 側で回折波の影響による円筒周辺付近の乱れがみられ、また入射波の遅れが現れている。また双方とも円筒は変位していない。 tp が大きくなると、図-4, 6 ($tp=5\pi$) では、円筒付近の変位はごくわずかである。これは円筒の影響によるものと考えられる。図-5, 7 ($tp=10\pi$) では、円筒の影響が小さくなり、円筒が弾性体とともに変位している。また図-4～7の $\theta=180^\circ$ 側で入射波の遅れがみられる。次に弾性定数の変化によって図-8, 9では図-6, 7に比して円筒の変位が大きくなる。図-10, 11では、他の図と比べても、円筒付近および円筒の変位は小さくなる。

5. まとめ

以上に示したように、円筒と弾性体の弾性定数比、入射角、 tp を変化させて、行った計算結果からは、以下のことがわかった。 tp が大きくなると反射波・回折波がみられなくなり、円筒の影響も小さくなる。また $\theta=180^\circ$ 側でみられた入射波の遅れも小さくなる。弾性定数が大きくなることによる変化は、円筒が剛性を増すことによって入射波の影響を受けにくくなり、円筒およびその周辺が変位しづらくなる。また、入射角 ϕ の影響は、みられない。

尚、本論の数値計算は、室蘭工業大学情報処理センター FACOM M-170F を用いて行ったものである。

※ 参考文献 ※ 1) 松岡, 岸, 能町: 構造工学論文集, Vol.31A, pp.465～472, 1985. 2) 天野, 松岡, 吉田, 能町: 土木学会北海道支部昭和60年度論文報告集, pp.69～72, 1986. 3) 丹羽, 廣瀬: 土木学会論文報告集第 337号, pp.57～66, 1983.

