

九州大学工学部 学生員 ○麻生稔彦
 長崎大学工学部 正 員 高橋和雄
 九州大学工学部 正 員 小坪清真

1. まえがき ケーブルへの加振力が面内のみであっても、面外振動が励起されることは、よく知られたことである¹⁾。これを非線形振動の立場より見れば、ケーブルの幾何学的非線形項を介して生ずる面外非線形分岐応答²⁾とみなすことができる。あるいは、面外の非線形項を省略すれば、面外パラメーター励振とみなすことができる³⁾。本研究では、面内加振によるケーブルの面外分岐応答解析によって、ケーブルの面外分岐点と分岐後の応答および分岐応答の発生領域を明らかにするものである。数値解析において、ケーブルの分岐挙動に及ぼすパラメーターの影響を評価する。

2. 解法 完全可撓性・伸張性を考慮したケーブルの3次元運動方程式¹⁾を面内の自由度 P_n および面外の自由度 Q_n について離散化すれば、次のような一般座標に対する連立非線形常微分方程式が得られる³⁾。

$$m_n^i \ddot{P}_n + k_n^i P_n + k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{in} P_j P_l + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{in} Q_j Q_l + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{in} P_j P_l + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{in} P_j Q_l = 8rf_n^i \cos \omega \tau \quad (1)$$

$$m_n^o \ddot{Q}_n + k_n^o Q_n + k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{on} Q_j Q_l + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{on} Q_j P_l + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{on} P_j P_l + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n k_{j,l}^{on} P_j Q_l = 8rf_n^o \cos \omega \tau \quad (2)$$

ここに、 $n=1, 2, \dots, m_n$, $k_n, \dots$: Galerkin法の積分項、suffix i は面内、suffix o は面外を表す。また、 k : 縦波一横波伝播速度比。上式において、 P_i, Q_i はケーブルの支点間水平距離 l で無次元化され、 ω は弦の1次固有円振動数で無次元化した加振円振動数である。

本研究では、面外・面内の自由度をそれぞれ1個採用して、面内加振によって生じている面内振動にどのような条件で面外振動が連成してくるかを調べる。この場合、式(1), (2)は次のように書き改められる。

$$\ddot{P}_1 + a_1 P_1 + b_1 P_1 P_1 + c_1 Q_1 Q_1 + d_1 P_1 P_1 P_1 + e_1 P_1 Q_1 Q_1 = p \cos \omega \tau \quad (3)$$

$$\ddot{Q}_1 + a_2 Q_1 + b_2 Q_1 P_1 + c_2 P_1 P_1 Q_1 + d_2 Q_1 Q_1 Q_1 = 0 \quad (4)$$

ここに、 $a_1, b_1, \dots, c_2, d_2$: 式(1), (2)をそれぞれ m_1^i, m_1^o で割った係数
 式(3)によって、面内加振による付随形($P_1 \neq 0$)の応答が得られる。式(4)の右辺は零であるので、 $Q_1=0$ が付随解である。しかし、 Q_1 の係数に P_1 が含まれるために、係数が加振される。このために、特定の振動数領域で Q_1 が分岐する($Q_1 \neq 0$)。微分方程式論によれば、この場合の分岐解は周期 $T(=2\pi/\omega)$ と $2T$ をもつ。これらより、式(3), (4)の解は次のように仮定される。

$$P_1 = C_0/2 + C_1 \cos \omega \tau \quad (5)$$

$$Q_1 = \bar{C}_0/2 + \bar{C}_{1/2} \cos(\omega \tau/2) + \bar{S}_{1/2} \sin(\omega \tau/2) + \bar{C}_1 \cos \omega \tau + \bar{S}_1 \sin \omega \tau \quad (6)$$

ここに、 C_0, C_1 : 付随形の振幅成分、 $\bar{C}_{1/2}, \bar{S}_{1/2}$: 分岐形の主不安定領域(周期 $2T$)の振幅成分
 $\bar{C}_1, \bar{S}_1$: 副不安定領域(周期 T)の振幅成分

式(5), (6)を式(3), (4)に代入して、調和バランス法を適用すれば、連立非線形代数方程式が得られる。なお、式(3), (4)について Q_1 に関する非線形項を無視すれば、次式が得られる。

$$\ddot{P}_1 + a_1 P_1 + b_1 P_1 P_1 + d_1 P_1 P_1 P_1 = p \cos \omega \tau \quad (7)$$

$$\ddot{Q}_1 + a_2 Q_1 + b_2 Q_1 P_1 + c_2 P_1 P_1 Q_1 = 0 \quad (8)$$

式(8)は動的安定問題の基礎式である。この場合、式(8)から分岐点のみが求められる。

3. 解析結果 水平ケーブル($\theta=0^\circ$)を対象に、分岐応答に及ぼすケーブルの形状パラメーターであるサグ比

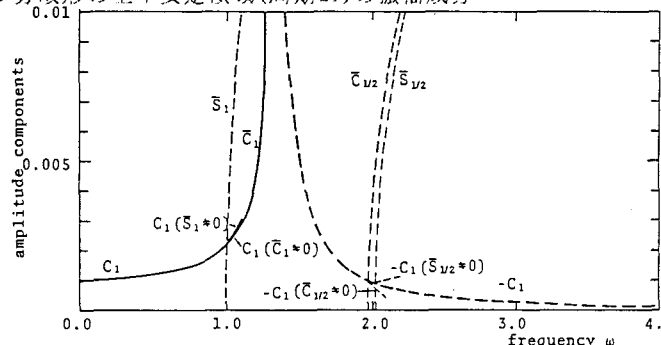


図-1 サグ比 $\gamma=0.014$ のケーブルの面外分岐応答

の影響を明らかにする($k=30$)。

分岐応答は加振振動数 $\omega=2\omega^\circ$ (ω° :面外固有振動数)付近に生ずる主不安定領域と $\omega=\omega^\circ$ 付近に生ずる副不安定領域がある。 $\omega^\circ=1.0$ なので、それぞれ2.0, 1.0付近でこの分岐応答が生ずる。一方、付随応答は $\omega=\omega^\circ$ (ω° :面内固有振動数)で共振となるが、 ω° は1.0から3.0までモードの遷移にとまって変動する⁴⁾。このために、サグ比によって、分岐応答が生ずる面内応答の状態が異なることが予想される。図-1~3は代表的なサグ比 $\gamma=0.014, 0.026, 0.04$ に対する面内付随応答(C_1)と面外分岐応答($\bar{S}_{1/2}, \bar{C}_{1/2}, \bar{S}_1, \bar{C}_1$)を示したものである。計算の方法はまず付随解のみを求め、次に $\omega=2\omega^\circ, \omega^\circ$ 付近で分岐点と分岐後の応答を求める。これらの図において、横軸は加振振動数 ω で、縦軸は振幅成分である。外力の大きさは、静的応答($\omega=0.0$ のときの振幅)がスパンの1/1000になるように調整してある。また、図中の肉太の実線は外力と同位相の付随応答を、肉太の破線は逆位相の付随応答を示す。これらの図において安定な面内応答から得られる分岐応答のみが表示されている。図-1~3のように、 $\omega=1.0$ 近傍の副不安定領域の分岐応答($\bar{S}_1, \bar{C}_1$)は接近しているの、その幅は狭い。これに対して、主不安定領域($\bar{S}_{1/2}, \bar{C}_{1/2}$)の分岐の生ずる幅はかなり広い。とくに、固有振動数 ω_1 が2.0付近では、面内対称の同位相と逆位相の2つの応答から、それぞれ別個に分岐応答が生ずるために、その幅は広がる。

図-4,5は横軸に振動数 ω 、縦軸にサグ比 γ をとり、ケーブルの面外振動の主および副の不安定領域を示したものである。図中の斜線部が不安定領域を示す。主不安定領域は $\gamma=0.01\sim0.05$ のケーブルで広く、弦より面外振動が分岐しやすいと言える。これに対して、副不安定領域は狭い。

4. まとめ ケーブルは面内加振によって、面外振動が分岐し、特定のサグ比で面外分岐応答が生じやすいことが明らかになった。面外係数励振振動との関係については講演時に発表する。

参考文献 1)山口・宮田・伊藤:第24回構造工学シンポジウム,1978,pp.55~61 2)高橋・田川・池田:土木学会論文集,第344号/I-1,1984,pp.333~340 3)山口・宮田・伊藤:土木学会論文報告集,第338号,1983,pp.59~68 4)山口・伊藤:土木学会論文報告集,第286号,1979,pp.29~36

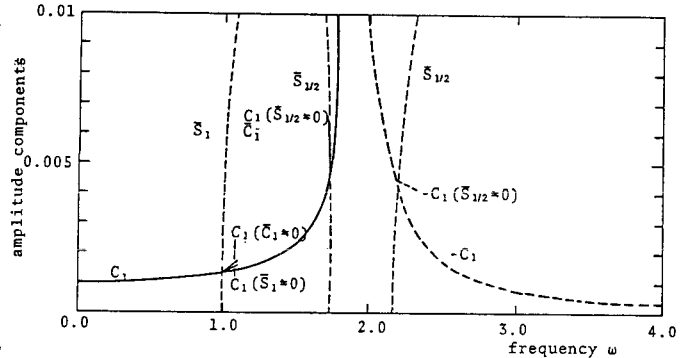


図-2 サグ比 $\gamma=0.026$ のケーブルの面外分岐応答

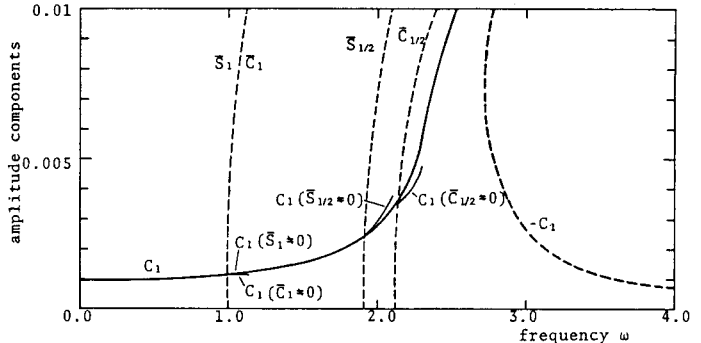


図-3 サグ比 $\gamma=0.040$ のケーブルの面外分岐応答

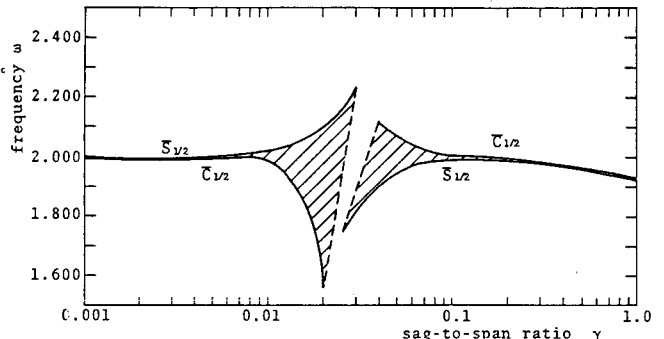


図-4 水平ケーブルの面外分岐応答の主不安定領域

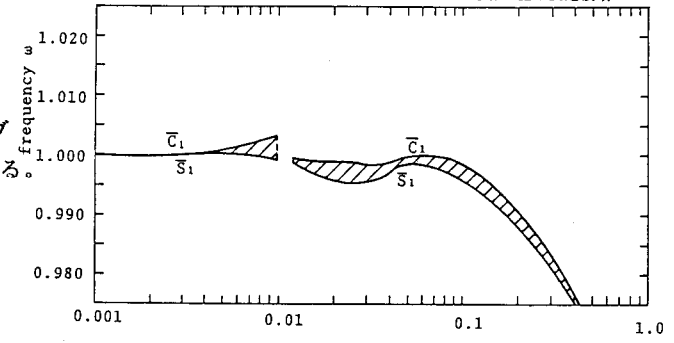


図-5 水平ケーブルの面外分岐応答の副不安定領域