

北海道開発局土木試験所 正員 吉田紘一

日本大学 生産工学部 正員 能町純雄

1. まえがき

弾性地盤と基礎の動的相互作用について、著者らは既に板の厚さ方向の変位に1次変化を仮定した平板要素を用いて、剛な基盤上の三次元多層体上の剛体円形基礎の複素コンプライアンスについて検討を行って来た。本文ではこれとは異り板の厚さ方向にもフーリエ変換を用いて厳密解を求め多層体に適用し、特に二層弾性体上の複素コンプライアンスについて検討した。

2. 解析方法

図-1に示す様に、厚さ h の板に円柱座標 (r, θ, z) をとりそれぞれの方向の変位を u, v, w とする。この座標系の運動方程式の r 方向にはハンケル変換、 z, θ 方向にはフーリエ変換を行うと、層の境界における像空間での変位と応力の関係の基本式(1)(2)が得られる。

$$[F_{m\xi}]_{j-1,j} = -[K_{1,1}][D_{m\xi}]_{j-1} + [K_{1,2}][D_{m\xi}]_j \quad (1)$$

$$[F_{m\xi}]_{j,j} = -[K_{2,1}][D_{m\xi}]_{j-1} + [K_{2,2}][D_{m\xi}]_j \quad (2)$$

ただし $[F_{m\xi}]$ 、 $[D_{m\xi}]$ は像空間での応力、変位ベクトルで

$$[F_{m\xi}] = [Q_{am} \quad Q_{bm} \quad Q_{zm}]^T$$

$$[D_{m\xi}] = [A_m \quad B_m \quad W_m]^T$$

また $[K]$ は 3×3 のマトリックスである。

(1),(2)式を多層体の境界で像空間での力の釣合 $[F_{m\xi}]_{j,j} = [F_{m\xi}]_{j-1,j}$ に代入し、地表面と最下面での境界条件を考慮して $[D_{m\xi}]$ をもとめ逆変換を行うことにより多層体の動的応答を解析できる。なを、変位の逆変換は次のとおりである。

$$\left. \begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \right\} = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \xi \{ (A_m + B_m) J_{m+1}(\xi r) \pm (A_m - B_m) J_{m-1}(\xi r) \} d\xi \begin{Bmatrix} \cos(M\theta) \\ \sin(M\theta) \end{Bmatrix}$$

$$w = \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \xi W_m J_m(\xi r) d\xi \cos(M\theta)$$

3. 境界条件と複素コンプライアンス

ここではBycroftに従って、半径 a の円形剛体基礎に応力分布に対して静的弾性体の接触問題における円形スタンプの応力分布を用いるものとし、基礎の変位を重みを考慮した平均変位とした。したがって鉛直荷重を V として応力 σ と変位 w は次式で表わされる。

$$\sigma = \begin{cases} V/(2\pi\sqrt{a^2-r^2}) & (r < a) \\ 0 & (r > a) \end{cases} \quad (3)$$

$$w = - \int_0^{\infty} (w r / \sqrt{a^2-r^2}) d r \quad (4)$$

したがって、複素コンプライアンス C_{vv} は次式となる。

$$C_{vv} = w_a / V \quad (5)$$

4. 数値計算

図-2に示す様な二層弾性体について鉛直方向のコンプライアンスの数値計算を行った。計算に際して地盤の定数の内、密度とポアソン比を、 $\rho = \rho$ 、 $\nu = \nu = 1/4$ とし、結果は、半無限体の静的なコンプライアンスに対する比として実数部と虚数部に分けて示した。横軸は無次元振動数 $a_0 = a\omega\sqrt{\rho/\mu}$ である。

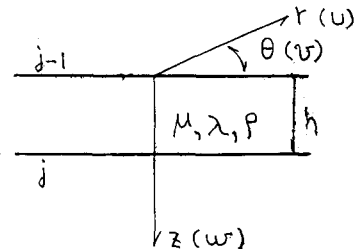


図-1. 座標系

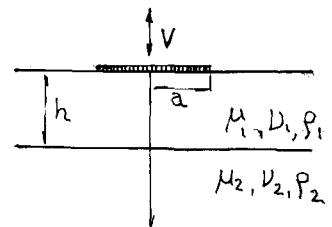


図-2. 二層構造

図-3、4には、円形基礎の半径 a と層厚 h の比 $h/a = 1$ の場合で表層と基層の剛比 (μ_2/μ_1) を変化させた場合の複素コンプライアンスの変化を示す。

この内、層剛比 $\mu_2/\mu_1 = 1$ の場合は半無限体の場合となる。

これを見ると層剛比が大きくなるに従って表層の共振点が現れ、剛な基盤上の場合に近づく。

また図-5、6は層剛比を一定 ($\mu_2/\mu_1 = 20$) とした場合の層厚による変化を示したもので図中 $h/a = \infty$ は半無限体となる。これについても層厚が厚くなるに従い半無限体に近づいて、 $h/a = 16$ になると、この値の周りで僅か変化しているのみである、特に a_0 の大きい範囲では早く半無限体に近づいている。

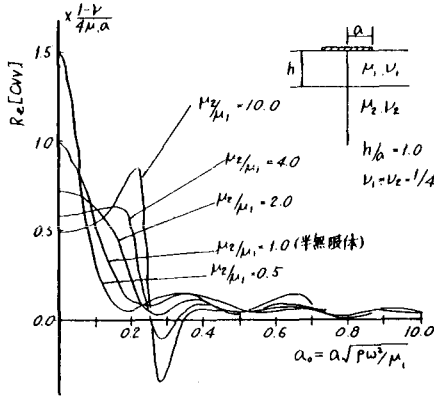


図-3. 複素コンプライアンス (実数部) に対する層剛比 μ_2/μ_1 の影響。

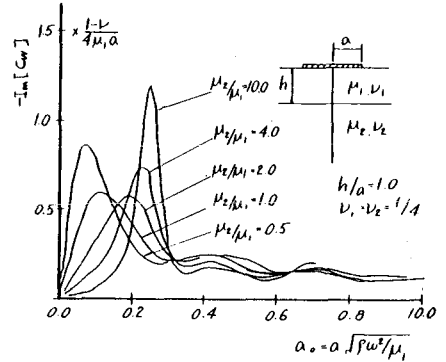


図-4. 複素コンプライアンス (虚数部) に対する層剛比 μ_2/μ_1 の影響。

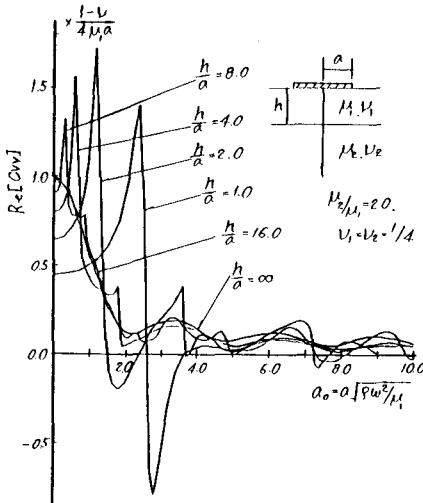


図-5. 複素コンプライアンス (実数部) に対する層厚 h/a の影響。

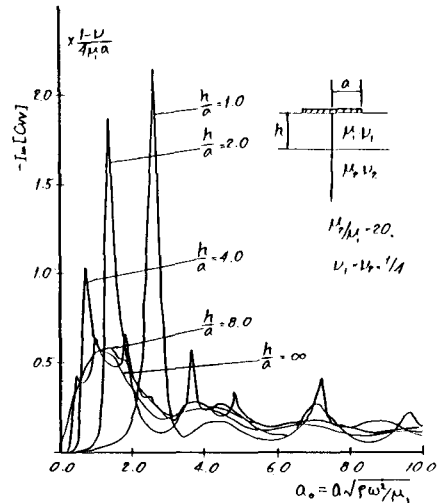


図-6. 複素コンプライアンス (虚数部) に対する層厚 h/a の影響。

5. あとがき

本文では、三次元多層体の円形基礎の複素コンプライアンスについて取り扱い、二層構造の鉛直方向の場合について若干の計算を行った。この手法はそのまま水平方向やモーメント方向にも適用できるのでさらに検討を進めたい。

参考文献

- 1) 三上、能町：半無限弾性体の水平振動に及ぼす表面上の剛体基礎の複素コンプライアンスに関する考察：土木学会第35回年次学術講演会概要集 I-237；1980。
- 2) 吉田、能町：三次元多層体表面の鉛直方向加振に対する複素コンプライアンス：土木学会北海道支部論文報告集，昭和60年度。