

I-354

非線形フォークト体のせん断振動について

日本大学 正員 能 町 純 雄
 日本大学 正員 木 田 哲 量
 日本大学大学院 学員 ○ 沢 野 利 章

1. はじめに

砂質土のような粒状媒体を円筒スリーブにいれ、下方からせん断振動を強制して、加速度応答曲線が求められるが、その共振点ピークを結ぶ線が、入力速度が大となるにつれ周波数が減少して、パネ軟化の現象が認められることは良く知られている。本論文では、この現象を非線形フォークト体のせん断振動によって、説明することを試みたものである。

図-1の構造系に、せん断振動を入力する時の運動方程式は(1)となる。

$$\frac{\partial (\tau A)}{\partial x} = \rho A \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + p \right) \quad (1)$$

ここで、せん断応力 τ を次のような歪にたいして非線形なDuffin形応力とする。

$$\tau = G \left(\gamma - \frac{\gamma^3}{3\gamma_1^2} \right) + \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \quad (2)$$

ただし、 G は初期せん断弾性係数、 γ_1 は最大応力に対する γ 値、 μ は粘性係数である。

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3)$$

この構造系の境界条件 $x=0$ で $u=0$, $x=H$ で $\gamma=0$ を満足するように、 u を次式で表わす。

$$u = U \sin \left(\frac{\pi x}{2H} \right) \quad (4)$$

上式中、 U は天端の変化、 U は時間の関数である。さて、(1)を $x=0$ から $x=H$ まで積分すると

$$-(\tau A)_{x=1} = \rho A \frac{2H}{\pi} \ddot{U} + \rho A p H \quad (5)$$

(3) から $x=0$ における $\gamma=\gamma_0$ とにおいて

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{2H} U \quad (6)$$

また(6)より、

$$\ddot{U} = \frac{2H}{\pi} \ddot{\gamma}_0 \quad (7)$$

(7)を(5)に代入すれば、

$$-GA \left(\gamma_0 - \frac{\gamma_0^3}{3\gamma_1^2} \right) - \mu \dot{\gamma}_0 = \rho A \left(\frac{2H}{\pi} \right)^2 \ddot{\gamma}_0 + \rho A p H \quad (8)$$

いま $p = p \sin(\omega t + \epsilon)$, $\gamma_0 = \gamma_0 \sin(\omega t)$ とにおいて、(8)に代入し高周波数成分を

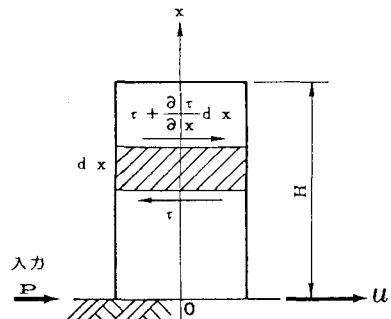


図-1

無視すれば,

$$\left\{ -G \left(\gamma_0 - \frac{\gamma_0^3}{4 \gamma_1^2} \right) + \rho \left(\frac{2H}{\pi} \right)^2 \gamma_0 \omega^2 \right\} \sin \omega t - \mu \omega \gamma_0 \cos \omega t = \rho H p \sin (\omega t + \epsilon) \quad (9)$$

$$-G \left(\gamma_0 - \frac{\gamma_0^3}{4 \gamma_1^2} \right) + \rho \left(\frac{2H}{\pi} \right)^2 \gamma_0 \omega^2 = \rho H p \cos \epsilon$$

$$-\mu \omega \gamma_0 \left(\frac{2H}{\pi} \right) = \rho H p \sin \epsilon$$

$$\left[-G \left(\gamma_0 - \frac{\gamma_0^3}{4 \gamma_1^2} \right) + \rho \left(\frac{2H}{\pi} \right)^2 \gamma_0 \omega^2 \right]^2 + \mu^2 \omega^2 \gamma_0^2 \left(\frac{2H}{\pi} \right)^2 = \rho^2 H^2 p^2 \quad (10)$$

いま $\frac{\gamma_0}{\gamma_1} = \eta$, $\rho H \frac{p}{G \gamma_1} = \bar{p}$, $\rho \left(\frac{2H}{\pi} \right)^2 \frac{\omega^2}{G} = \xi^2$, $4 h^2 = \frac{\mu^2 \pi^2}{4 H^2 G \rho}$ とおけば (10) 式は

$$\eta^2 \left\{ \left(-1 + \frac{1}{4} \eta^2 + \xi^2 \right)^2 + 4 h^2 \xi^2 \right\} = \bar{p}^2 \quad (11)$$

式 (11) が無次元入力 $\bar{p}$ をパラメーターとする無次元周波数 ξ と無次元応答歪 η の関数を与える式である。

(図-3 参照)

2. 供試体表面の応答加速度 a

実験では供試体表面の応答加速度が測定されている。この絶対値を a とすれば, 式 (1) から,

$$\frac{a}{p} = \frac{\eta}{\bar{p}} \times \frac{\pi}{2} (1 + 4 h^2 \xi^2)^{\frac{1}{2}}$$

となる。図-3 に見るようにピーク値は既往の実験結果とよく似た形をしていることがわかった。さらに要素の組み合わせについて研究したい。

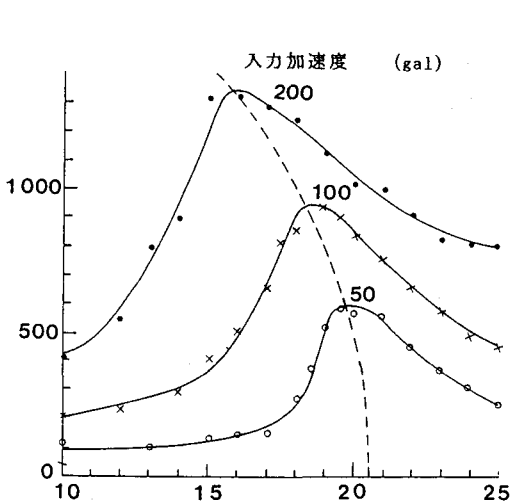


図-2

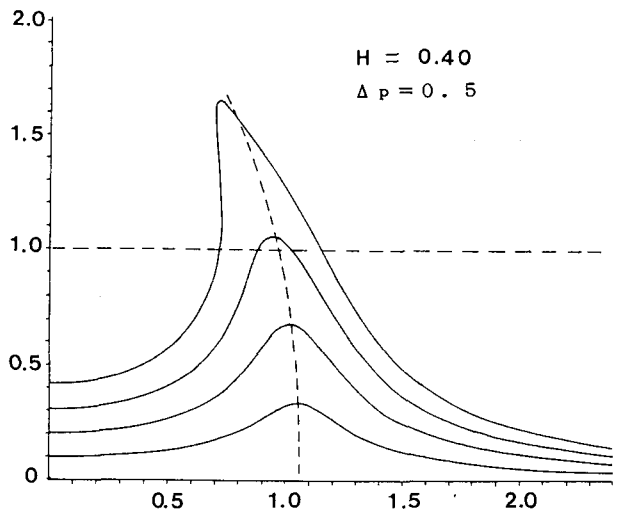


図-3