

I-341 一自由度実験の際の質量相似則と振動応答

横浜国立大学 正員 山田 均、オタワ大学 田中 宏

長大橋梁のみならず、中小規模の橋梁、そしてそれらの部材に至るまで風の荷重作用についての検討が多岐に渡りまた数多く行われ、風作用に対し安定なものとして設計されている。これに際し、ごく一般的である物を除き、程度には差こそあれ風洞実験が行われ、耐風安定性状が確認される事が通常であり、この方法がこの確認をするために現在のところ最も確実な方法であるのは確かなことである。

実験に際しては、相似則に則り構造物の模型化が行われる。ここでの模型化の意味は、風環境および構造物挙動の3次元性を考慮したものである筈であり、模型化の結果はいわゆる3次元全体模型が要求されることとなる。また、通常扱っている相似則は、この議論の枠を出るものではない。したがって、実験設備の規模、実験自体の容易さそして実験費用の小ささに利点を持つために通常一般に行われている2次元部分模型風動実験は上述の議論の更なる拡張と理解されるべきである。この実験手法上の拡張を行うために実は暗黙の内に次の様な仮定が成されている。すなわち、いわゆるストリップ理論である「作用する空気力は局所的な変位にのみ支配される」と「変位はたわみあるいはねじれの1自由度、あるいはこれらのみが連成した2自由度で現れる」という二点である。ところが実験結果を解釈する段階になると、上の拡張の部分に当たる相似条件に関する議論を経ないで、天下り的に、実験で得られた応答振幅は全体模型実験での応答振幅と等しいと読みかえられ議論が進められるのが現状であろう。

ストリップ理論自体の適用可能性について未だに議論の余地がのこされているのは事実であろう。しかしながら、この理論と2次元部分模型実験とは表裏一体のものであり、この理論が適用できない構造物については2次元部分模型実験手法は実施が難しいと考えるべきであろう。

さて、本報告では上述のような理解に基づき、同一の空気力が作用した時に得られる振動応答振幅、限界風速を同一の断面寸法を持つ全体模型と部分模型の2つの場合に比較し、いかなる質量比の下でそれらがどの様に合うのかあるいは異なるのかを議論したものである。

任意に運動する線状構造物(図1)の運動方程式は次のようになる。 $m \ddot{u} dx + c \dot{u} dx + k u dx = f dx$ 式1
外力を自励力と強制力として次のように考える。

$$f(t, u) = 1/2 U^2 B (f_1(u/|u|) + f_2(\dot{u}/|\dot{u}|) + f_3 e^{i\omega t}) \quad \text{式2}$$

ここで m , c , k はそれぞれ単位長さ当りの質量、減衰係数、反力係数であり、 f は単位長さ当たり作用する外力であり、 f_1 , f_2 は自励空気力、 f_3 は強制外力である作用外力の成分とする。

3次元系については上述の議論により一振動モード ϕ_j にのみ着目し($\phi_{j,n \neq x} = 1$ とする)、2次元系では $\phi = 1$ として以下の展開を行う。この時、それぞれの振動モードに対応する固有振動数は等しいとする。

$$\ddot{q}_j + 2h_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = F_j / M_j \quad \text{式3}$$

ここで M_j は一般化質量、 q_j は基準座標であり、 $|q_j| = A_0$ ($\phi_j = 1$ を与える位置での実振幅、したがって任意の場所での振動振幅は $A = A_0 \phi_j$ となる)とする。 F_j はいわゆる一般化外力であり、 $F_j = \int_0^L a \phi_j dx$ (G は空気力の作用する部分を示す)である。

さて、2次元系については、変位 u が模型軸に沿う座標 x の関数ではなくなるために積分が簡単にできて、部分模型系に関する一般化質量と一般化外力は M_{2D} (振動系総質量)と $F_{2D} = f L_2$ となる。ただし、 L_2 は模型長である。また、等価単位長さ当たり質量は $m'_{2D} = M_{2D} / L_2$ となる。

つぎに、3次元系について、強制外力のみが作用する場合を考える。この場合では、式2の第3項のみを考慮すれば良い。2次元系についても同様な場合を設定すると、若干の展開の後、次のような応答振幅の比を求めることが出来る。ここで、3次元系の質量パラメータとして、 $m'_{3D} = M_{3D} / \int_0^L a \phi_{3D}^2 dx$ 式4

を定義している。 $A_{03D}/A_{02D} = (m'_{2D}h_{2D}/m'_{3D}h_{3D}) \cdot (\int G\phi_{3D}dx / \int G\phi_{3D}^2dx)$ 式5

つぎに、自励力のみが作用する場合を考える。ここでは、式2の第3項への考慮は不要である。

仮に、自励空気力が換算風速のみの関数であり、振動振幅に依存しないとすると、空力減衰を加味した式3の減衰項を0とする解はフラッターの限界風速を与える。ここで、2次元系と3次元系に同じ空力を設定すると、若干の展開の後、次の条件のもと両者の限界風速は一致することが分かる。

$$h_{2D}m'_{2D} = h_{3D}m'_{3D} \quad \text{式6}$$

更に、特定の換算風速に着目すると、多くの場合 f_2 は振動振幅の高々2次関数として近似でき、これを一次関数としても十分な近似を与えそうなので（図2）、ここでは振動振幅に対し1次で変化するとすると、若干の展開の後、式6の条件下で次のような関係式が得られる。

$$A_{03D}/A_{02D} = \alpha, \text{ 但し } \alpha = \int G\phi_{3D}^2dx / \int G|\phi_{3D}| \phi_{3D}^2dx \quad \text{式7}$$

ここでの議論を検証するために 1:2長方形断面形状を持つタウトストリップ模型を使用した自由振動実験を行った（図3）。タウトストリップモデルでは振動モードは正弦半波となるので式5での応答振幅比は $4/\pi$ となり、式7での α は 1.178 となる。したがって、自励振動である筈の振動応答振幅は3次元タウトストリップモデルでは2次元系の応答振幅のおよそ18%増しとなる筈である。図4に実験結果を示すが、予測どおりの応答曲線がえられた。ただし、図中のギャロピング応答では3次元系の振動応答が不安定なため最大振幅を示してある。

したがって、2次元部分模型実験の結果から容易にその対象とする3次元全体模型の振動応答を推測するためには、式4の質量パラメータを用いて、式6および式7を考慮して振動応答を評価する方法が合理的であろう。

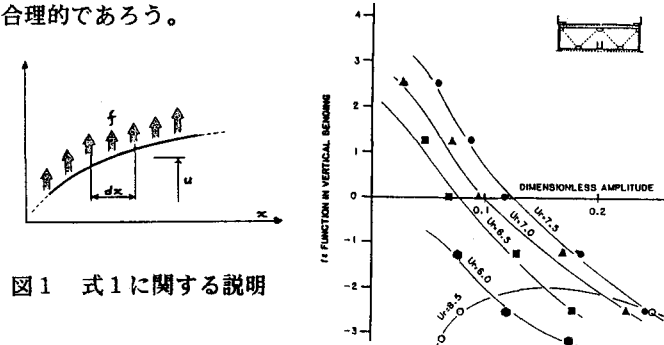


図1 式1に関する説明

図2 自励空気力の速度比例成分

MODEL NO.	MODEL CONFIGURATIONS
3-F	
3-H	
2-H	
2-Q	

図3 タウトストリップモデル

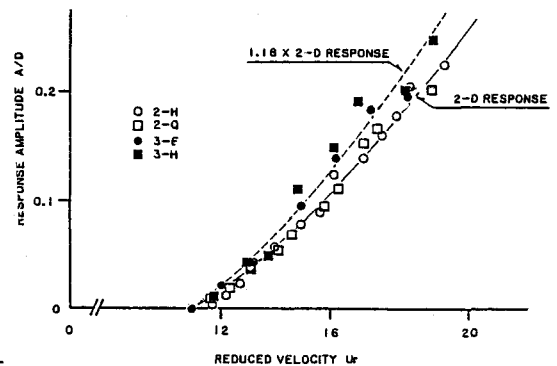
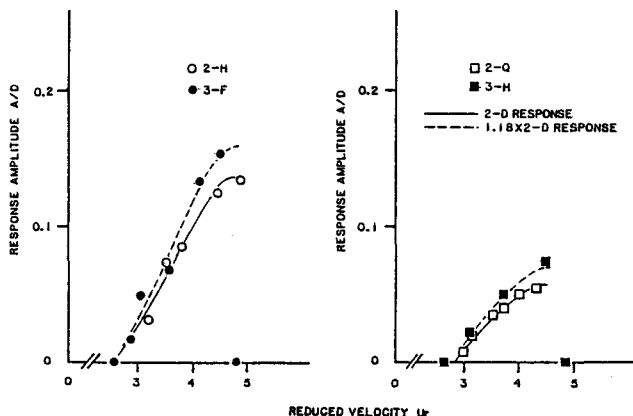


図4 2D系と3D系との応答比較