I-294　ファジー集合論の橋梁診断への応用に関する基礎的研究

神戸大学　正員　西村　昭
神戸大学　正員　藤井　学
神戸大学　正員　宮本文穂
(株)富田組　正員○富田隆弘

1．まえがき　橋梁の耐荷性、耐久性、供用性等を、主に目視点検結果のような、主観を含む情報に基づいて診断する場合、ファジー集合論が適用される。ファジー集合論を診断に適用する際には、帰属度関数の持つあいまいさの取り扱いが問題となる。本研究では、このあいまいさをベーグネス関数で取り扱い、更に、帰属度関数間の演算に Dempster & Shafer理論を適用し、合理的な診断結果がえられる手法を提案する。

2．帰属度関数の持つあいまいさ　ファジー集合の特徴は、ぼやけた境界を有する点にあり、そのぼやけた境界を表現しているのが、帰属度関数 $\mu_A(x)$で、ある要素xが ファジー集合Aに属する程度を示している。要素x_1について考えると $\mu_A(x_1)$の値が１または０に近ければ近いほど、Aに属するか属さないかがはっきりとし、要素x_1の帰属についてのあいまいさは小さくなる。逆に、$\mu_A(x_1)$が0.5に近ずくと要素x_1の集合Aへの帰属はわからなくなり、あいまいさは大きくなる。このあいまいさを帰属度関数$\mu_A(x)$に対応させて定義し、ベーグネス関数[1]と呼ぶ。ベーグネス関数 $V_A(x)$の定義域及び、関数形は、それぞれ式(1),(2)で与えられるものとする。

$$0 \leqq V_A(x) \leqq 1.0 \qquad (1)$$

$$V_A(x)=\begin{cases} 2\cdot\{1.0-\mu_A(x)\} & (1.0 \geqq \mu_A(x) \geqq 0.5) \\ 2\cdot\mu_A(x) & (0.5 > \mu_A(x) \geqq 0.0) \end{cases} \qquad (2)$$

図１に、帰属度関数と、それに対応するベーグネス関数を示す。

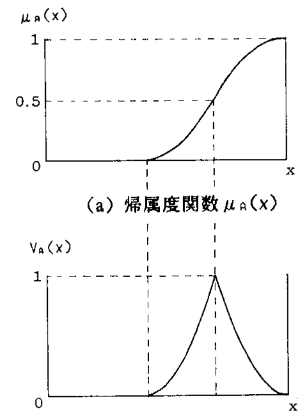


図１ 帰属度関数とベーグネス関数

3．橋梁の状態の推定　上述の帰属度関数の持つあいまいさを考慮した帰属度関数の演算を提案し、この手法を用いた橋梁診断について述べる。ここで、橋梁の状態を以下のように定義する。すなわち、橋梁の状態とは、「橋梁が、要求される性能を満たす程度」と規定し、状態を表す集合Cを区間［０，１］で定義する。ここで、c＝０を、橋梁が、要求される性能を完全に満たすことの出来る要素とし、c＝１を全く満たすことの出来ない要素とする。また、状態Cは、定義上ファジー集合であると考える。

橋梁の検査結果には、客観的なものと主観的なものの２種類が存在する。客観的な検査結果を用いて診断を行う場合にも、検査結果を橋梁の状態を表す特性値に結び付ける、もしくは特性値より橋梁の状態を推定する際に主観が存在すると考えられる。特に後者は、主観的な検査結果の場合にもいえることであり、それより、図２に示すような診断の流れが考えられる。図２において、ファジー関係R１は、橋梁の検査結果Xより橋梁の状態を表す指標となる特性値Yへの写像を行うものであり、ファジー関係R２は、特性値Yより橋梁の状態Cへの写像を行うものである。このときR２は、特性値の橋梁の状態評価への影響度と、特性値自身の持つ確度の二つの主観的不確定性から成っていると考える。

4．あいまいさを考慮した帰属度関数の演算　ベーグネス関数 $V_A(x)$が、帰属度関数$\mu_A(x)$におけるあいまいさを表していることより、逆に、$\mu_A(x)$中の確信量$\mu'_A(x)$を求めると、次式のようになる。

$$\begin{cases} \mu'_A(x)=1.0-V_A(x) & (1.0 \geqq \mu_A(x) \geqq 0.5) \\ \mu'_A(x)=1.0-V_A(x) & (0.5 > \mu_A(x) \geqq 0.0) \end{cases} \qquad (3)$$

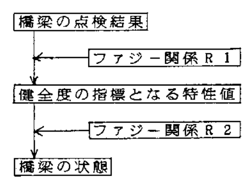


図２　写像を導入した診断の流れ

式(3)は、$1.0 \geqq \mu_A(x) \geqq 0.5$では、$V_A(x)$は、要素$x$がファジー集合Aに属することに対するあいまいさを示し、$0.5 > \mu_A(x) \geqq 0$においては、$V_A(x)$は、xがA

に属さないことに対するあいまいさを示すものであることを考慮している。式(3)を $\mu_A(x)$ と $V_A(x)$ で表すと、

$$\begin{cases} \mu'_A(x)=\mu_A(x)-V_A(x)/2 & (1.0\geqq\mu_A(x)\geqq0.5) \\ \mu'_{\bar{A}}(x)=\mu_{\bar{A}}(x)-V_A(x)/2 & (0.5>\mu_A(x)\geqq0.0) \end{cases} \quad (4)$$

となる。図３(a)は、与えられた帰属度関数 $\mu_A(x)$（見かけの帰属度関数と呼ぶ）、図３(b)はそれに対応するベーグネス関数 $V_A(x)$ を、また、図３(c)には $\mu_A(x)$ と $V_A(x)$ より求めた確信量 $\mu'_A(x)$ と $\mu'_{\bar{A}}(x)$ とあいまいさ $V_A(x)$ を示している。但し、斜線部分を $V_A(x)$ としている。

以上、各要素 x_1 の帰属度 $\mu_A(x_1)$ が、あいまいさ（ベーグネス関数の値）と確信量の二つより成っていることを示した。このような主観的な不確定性を持つ情報を結合する方法として、Dempster & Shafer 理論[2]（以下、ＤＳ理論と略記）を導入する。これは、Bayes 確率に適さない、主観に関わる不確実性を扱うために、Bayes 確率の基本となる加法性を取り除いたものである。ＤＳ理論の基本は、下界・上界確率を構成する基本確率にあり、この基本確率 $m(A_i)$ を結合する方法としてDempsterの結合則がある。本研究においては、空集合 ϕ となる部分を矛盾量と考えて、正規化を実施しないものとした。従って、結合後の確信量 $\mu'_{A1,A2}(x_1)$、$\mu'_{\overline{A1},\overline{A2}}(x_1)$ を、

$$\mu'_{A1,A2}(x_1)=\mu'_{A1}(x_1)\cdot\mu'_{A2}(x_1)+\mu'_{A1}(x_1)\cdot V_{A2}(x_1)+\mu'_{A2}(x_1)\cdot V_{A1}(x_1) \quad (5)$$

$$\mu'_{\overline{A1},\overline{A2}}(x_1)=\mu'_{\overline{A1}}(x_1)\cdot\mu'_{\overline{A2}}(x_1)+\mu'_{\overline{A1}}(x_1)\cdot V_{A2}(x_1)+\mu'_{\overline{A2}}(x_1)\cdot V_{A1}(x_1) \quad (6)$$

と表す。また、結合後のあいまい量 $V_{A1,A2}(X_1)$ と矛盾量 $\mu\phi(x_1)$ は、それぞれ、

$$V_{A1,A2}(x_1)=V_{A1}(x_1)\cdot V_{A2}(x_1) \quad (7)$$

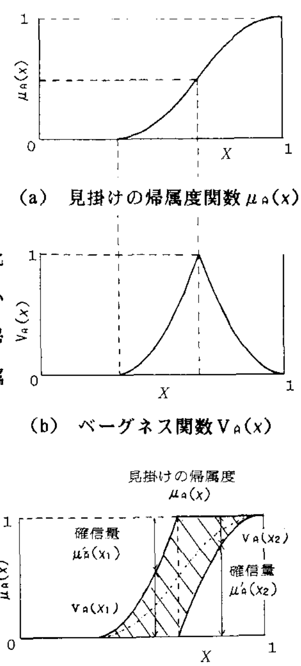
$$\mu\phi(x)=\mu'_{\overline{A1}}(x_1)\cdot\mu'_{A2}(x_1)+\mu'_{A1}(x_1)\cdot\mu'_{\overline{A2}}(x_1) \quad (8)$$

で表される。従って、式(4)を用いて、結合後の見掛けの帰属度 $\mu_{A1,A2}(x_1)$、$\mu_{\overline{A1},\overline{A2}}(x_1)$ は、

$$\begin{cases} \mu_{A1,A2}(x_1)=\mu'_{A1,A2}(x_1)+(V_{A1,A2}(x_1)+\mu\phi(x_1))/2 \\ \mu_{\overline{A1},\overline{A2}}(x_1)=\mu'_{\overline{A1},\overline{A2}}(x_1)+(V_{A1,A2}(x_1)+\mu\phi(x_1))/2 \end{cases} \quad (9)$$

と表すことが出来る。

表１に結合則による演算の特徴を、和集合演算、積集合演算、及びＡ＋Ｂ演算と比較し、整理する。表１の結合則による演算において $\mu_{A1,A2}(x)$ は必ずあいまいさの小さい要素の帰属度に近い値が得られる。また、$\mu_{A1,A2}(x)$ は、$\mu_{A1}(x)$ と $\mu_{A2}(x)$ の帰属度の組合せによって、両者の帰属度よりも更に大きい帰属度、もしくは小さい帰属度になる可能性があることが分かる。



(a)　見掛けの帰属度関数 $\mu_A(x)$

(b)　ベーグネス関数 $V_A(x)$

(c)　確信量とあいまいさ

図３　帰属度関数におけるあいまいさと確信量

５　耐用性、供用性の診断

これらを利用した橋梁診断は、図４に示すような橋梁の状態を示す帰属度関数と、橋梁の状態を予め幾つかのパターンに理想化し、決定しておいた帰属度関数との位置・形状の合致度を求めることによって行う。

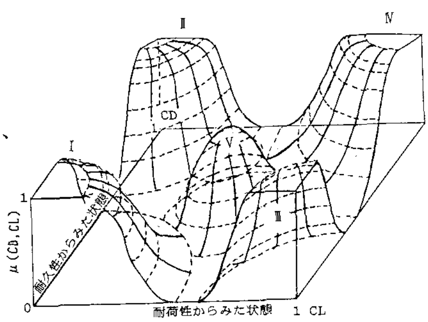


図４　耐用性診断に用いる比較パターンの帰属度関数の概念図

６．あとがき

本研究では、ファジー集合論を診断に適用するにあたり、ベーグネス関数を用いて、帰属度関数の持つあいまいさを考慮した。更に、帰属度関数間の演算に、Dempster & Shafer理論を適用することにより、合理的な演算結果が得られるようになった。

表１　結合則による演算の特徴

	$\mu_{A1}(x)\geqq0.5, \mu_{A2}(x)\geqq0.5$ 但し、$\mu_{A1}(x)\geqq\mu_{A2}(x)$	$\mu_{A1}(x)\leqq0.5, \mu_{A2}(x)\leqq0.5$ 但し、$\mu_{A1}(x)\geqq\mu_{A2}(x)$	$\mu_{A1}(x)\geqq0.5, \mu_{A2}(x)\leqq0.5$
和集合 $\mu_{A1\cup A2}(x)$	常に，$\mu_{A1\cup A2}(x)=\mu_{A1}(x)$　（∵ $\mu_{A1\cup A2}(x)=\underset{x}{MAX}\{\mu_{A1}(x),\ \mu_{A2}(x)\}$）		
積集合 $\mu_{A1\cap A2}(x)$	常に，$\mu_{A1\cap A2}(x)=\mu_{A2}(x)$　（∵ $\mu_{A1\cap A2}(x)=\underset{x}{MIN}\{\mu_{A1}(x),\ \mu_{A2}(x)\}$）		
A+B演算 $\mu_{A1+A2}(x)$	常に，$\mu_{A1+A2}(x)\geqq\mu_{A1}(x)$　（∵ $\mu_{A1+A2}(x)=\mu_{A1}(x)+\mu_{A2}(x)-\mu_{A1}(x)*\mu_{A2}(x)$）		
結合則 $\mu_{A1,A2}(x)$	$\mu_{A1,A2}(x)>\mu_{A2}(x)$	$\mu_{A1,A2}(x)<\mu_{A1}(x)$	$\mu_{A1}(x)>\mu_{A1,A2}(x)>\mu_{A2}(x)$

参考文献　１）成田　他：日経コンピュータ、No.104,1985.6　２）石塚：電子通信学会誌、Vol.66,No.9,1983.9