

東急建設(株) 正員 奥村 幹也
名古屋工業大学 正員 長谷部 宣男

【まえがき】 混合境界値問題で、境界上的一部分で接線方向外力と法線方向変位を境界条件として与える問題について、有理写像関数と複素応力関数を用いた一般解の誘導と、半無限領域境界上の単純支承端からクラックが発生したモデルが単純支承を水平に保ち引張られる荷重条件の場合についてはすでに報告した¹⁾。本報告では、単純支承に偶力が作用して回転をする場合について解析し、1)の解と本報告の解とをクラックがない場合を重ね合わせて、単純支承と母材との分離やクラックの発生について考察する。

【解析結果】 図1に示す半無限領域の境界上に単純支承が反時計方向に角 ε 回転するモデルを解析する。図中で a は単純支承の長さ、 b はクラックの長さである。 χ はポアソン比 ν の関数で平面歪に対し $3-4\nu$ 、一般化された平面応力に対し $(3-\nu)/(1+\nu)$ である。クラック発生後の境界L上、発生前後の境界M上の応力分布をそれぞれ図2、3に示す。クラック発生前には境界L上には応力は生じていない。境界M上の応力 σ_y の合力は零である。

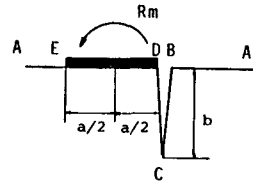


図1 解析モデル

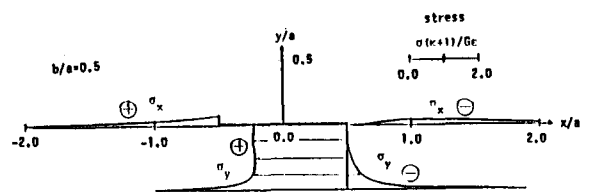


図2 L上の応力分布

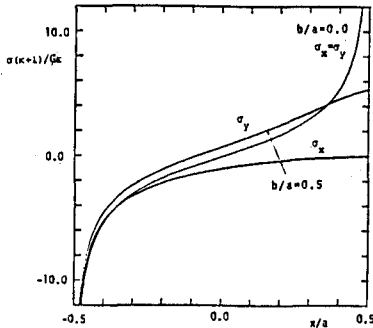


図3 M上の応力分布

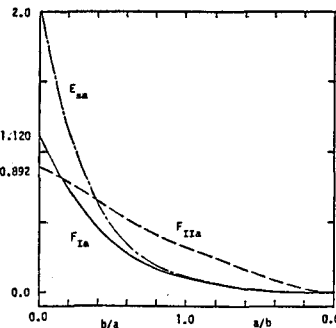


図4 無次元化した応力拡大係数

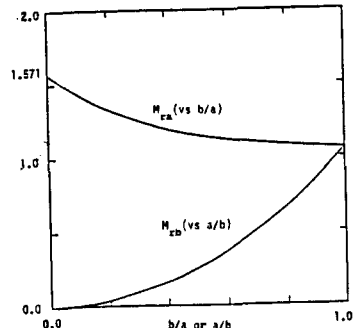


図5 無次元化した合モーメント

【単純支承下面の分離とクラックの発生】 図6に示すクラックが発生していない単純支承の一部が分離し接着部分の長さ a' とすれば、点F近傍の応力成分は $\sigma_x = \sigma_y = 2A_{II}/\sqrt{r}$, $\tau_{xy} = -2A_{II}/\sqrt{r}$ で表わされる²⁾。1)の解と本報告の解とを重ね合わせると ε 一定の場合の特異性値はそれぞれ次式で表わされる。

図6 部分的に分離した単純支承

$$A_I = \frac{Py}{2\pi\sqrt{a'}} + \frac{G\varepsilon}{\kappa+1}\sqrt{a'}, \quad A_{II} = 0$$

$$K_I = \sqrt{\pi} \left[0.178 \frac{Py}{\sqrt{a'}} + 1.120 \frac{G\varepsilon}{\kappa+1} \sqrt{a'} \right] \quad K_{II} = \sqrt{\pi} \left[0.142 \frac{Py}{\sqrt{a'}} + 0.892 \frac{G\varepsilon}{\kappa+1} \sqrt{a'} \right]$$

偶力 Rm が与えられる場合には、クラックが発生していない状態で $\varepsilon = 2Rm(\chi+1)/(a'^2\pi G)$ を用いて消去すればよい。分離の進展に伴うエネルギー解放率を Gd ³⁾、クラックの発生に伴うそれを Gs とすれば、

$$G_d = \frac{(\kappa+1)\pi}{2G} \left[\left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \frac{P_Y^2}{a'} + \frac{1}{2\pi} P_Y \frac{G_E}{\kappa+1} + \frac{G^2 \varepsilon^2 a'}{(\kappa+1)^2} \right]$$

$$G_s = \frac{(\kappa+1)\pi}{8G} \left[\frac{0.519 \times 10^{-1}}{a'} P_Y^2 + 0.652 P_Y \frac{G_E}{\kappa+1} + 2.05 \frac{G^2 \varepsilon^2 a'}{(\kappa+1)^2} \right]$$

2

で与えられる。分離・クラックに関する破壊靱性値をそれぞれ G_{dc} 、 G_{sc} と置くと破壊現象としては表1の四つに分類できる。両者共に起こる可能性のある場合には、 $C=G_d/G_s$ 、 $C_0=G_{dc}/G_{sc}$ の二つのエネルギー解放率の比を考え、その大小関係により破壊現象を特定できこれを表2に示す。式2より重ね合わせた場合のCは次式で表わされる。ただし $t=G \varepsilon a' / [(x+1)P_Y]$ であり、議論を簡単にするために分離が点Dから進行する場合には a' を正とし、点Eから進行する場合には負とする。また、Cと C_0 の交点を $t=t_0$ とする。

$$C = \left(\frac{1}{\pi} \right)^2 \frac{1 + 2\pi t + 4\pi^2 t^2}{0.519 \times 10^{-1} + 0.652 t + 2.05 t^2}$$

表1 クラックの発生と分離の進行の可能性

エネルギー解放率	クラック	分離
① $G_d < G_{dc}$ $G_s < G_{sc}$	発生しない	進行しない
② $G_d > G_{dc}$ $G_s < G_{sc}$	発生しない	進行する
③ $G_d < G_{dc}$ $G_s > G_{sc}$	発生する	進行しない
④ $G_d > G_{dc}$ $G_s > G_{sc}$	発生する	進行する

このCを図7に示す。

(1) $t=0$ ($P_Y \approx 0$, $\varepsilon=0$)の場合

- ・ $C_0 > 1.954$ 点Fからクラックが発生。
- ・ $C_0 < 1.954$ 分離が進行。

(2) $1/t=0$ ($P_Y=0$, $\varepsilon \approx 0$)の場合

- ・ $C_0 > 1.951$ 点Fからクラックが発生。
- ・ $C_0 < 1.951$ $G_d=G_{dc}$ となる a' まで分離が進行し、そこで停止する。この a' で表1の条件③が成り立てばクラックが発生。

(3) $t>0$ ($P_Y>0$)の場合

$t>0$ のグラフにより ε の正負に関係なく議論できる。引張り側では $\sigma_x > 0$, $\sigma_y > 0$ より分離もクラックも起こる可能性がある。 C_0

の値と t, t_0 の大小関係により二つの場合に分類できる。

- ・ $C_0 > 1.954$ の場合、 $1.951 < C_0 < 1.954$ かつ $t_0 < t$ の場合 引張り側の支承端からクラックが発生。
- ・ $C_0 < 1.951$ の場合、 $1.951 < C_0 < 1.954$ かつ $t_0 > t$ の場合 $G_d > G_{dc}$ を満足している限り分離が進行する。 $G_d=G_{dc}$ となる a' があればその a' で分離は停止する。この a' で $G_s > G_{sc}$ を満足していればクラックが発生する。

(4) $t<0$ ($P_Y<0$)の場合

$t<0$ のグラフにより ε の正負に関係なく議論できる。クラックまたは分離が起こるためには、支承端で $\sigma_x > 0$ または $\sigma_y > 0$ でなければならない。これは式1より $A_t > 0$, $K_t > 0$ すなわち $t > -0.159$ で表わされる。 t の値により二つの場合に分類できる。

- ・ $t < -0.159$ の場合 分離もクラックも起こらない。
- ・ $t > -0.159$ の場合 C_0 の値により三つの場合がある。

・ $C_0 < 1.954$ の場合、 $2.669 > C_0 > 1.954$ かつ $t_0 > t$ の場合 $G_d > G_{dc}$ を満足

している限り分離が進行する。 $G_d=G_{dc}$ となる a' が存在すればその a' で分離は停止する。この a' で $G_s > G_{sc}$ ならクラックが発生する。

・ $C_0 > 2.669$ の場合、 $2.669 > C_0 > 1.954$ かつ $t_0 < t$ の場合 クラックが発生する。

【参考文献】 1) 竹内・長谷部 第38回年次講演会講演概要集 第1部 I-132, 58年 9月

2) 奥村・長谷部 第34回応用力学連合講演会講演論文抄録集 D7, 59年12月

3) 奥村・長谷部 第35回応用力学連合講演会講演予稿集 D34, 60年12月

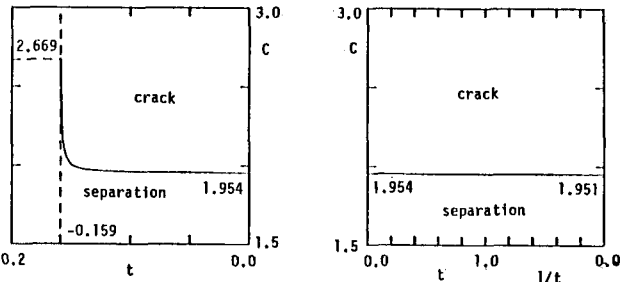


図7 荷重の組み合わせによる破壊現象の決定

表2 破壊現象の決定

$C < C_0$	クラックが発生
$C > C_0$	分離が進行