I-255　有限要素法によるき裂の伝播解析に関する基礎的研究

岡山大学　大学院　学生員　真田　健司

岡山大学　工学部　正　員　谷口　健男

三井造船（株）　正　員　曽我　明

1.まえがき　近年、土木技術の急速な発達により、鋼構造物はより大型に、複雑な構造となってきている。その反面、従来の材料力学的手法では十分に解決しきれないぜい性破壊や疲労破壊、環境破壊など種々の破壊に関する問題が生じてきた。事実、鋼構造である橋梁においても疲労き裂の発生や伝播が確認されている。そのため、早急に疲労き裂伝播の解析が要求されるようになってきた。ここで、構造体の中にあるき裂の伝播解析を行なうにあたっては、境界条件の複雑さ、サイズの問題等により、汎用的手法が要求され、その1つに有限要素法をベースとする方法がある。しかしながら、有限要素法を利用しようとする場合、有限要素の種類、メッシュサイズ等数多くの問題点が指摘されている。そこで、本研究では、有限要素法を用いた場合の問題点、ならびに、それに対する解決策の提案を行なう。

2.有限要素法によるき裂の伝播解析　線形破壊力学においては、破壊力学パラメータとしてき裂先端部の応力状態を示す応力拡大係数Kが用いられる。この応力拡大係数は、き裂先端部付近に分布する応力の強さの程度を示す係数であり、き裂先端部で特異性を示す応力状態を把握するための指標である。また、この応力拡大係数を精度よく求めることにより、き裂の伝播解析を行なうことが可能となる。き裂先端部付近の応力場は、二次元場に限定すれば、モードⅠ（開口型変形）、モードⅡ（面内せん断係数）の2つの型に分類することができ、Westergaadらの応力関数を用い解析的に求めることができる。一般にき裂先端近傍の応力場は、上記の二つのモードの和で与えられ、以下のような形になる。[1]

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\left\{K_I f_{ij}^{I}(\theta) + K_{II} f_{ij}^{II}(\theta)\right\} \cdots (1) \qquad u_i = \frac{1}{2G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left\{K_I g_i^{I}(\theta,\nu) + K_{II} g_i^{II}(\theta,\nu)\right\} \cdots (2)$$

ただし，ν；ポアソン比，G；せん断弾性係数，$f_{ij}^{I}(\theta)$, $f_{ij}^{II}(\theta)$はθのみの既知関数，$g_i^{I}(\theta,\nu)$，$g_i^{II}(\theta,\nu)$はθとνの既知関数である。

上式中の応力拡大係数K_I，K_{II}は、一般に有限要素法で得られた応力やひずみあるいは変位を用いて求められ、具体的な算定法としては、以下のような方法が挙げられる。

i)応力法　ii)変位法　iii)エネルギー法　iv)J積分法　v)重ね合わせ法

ここで，一般的構造物を解析する場合、き裂先端近傍では、応力集中が発生するため、細かいメッシュ分割が必要となるが、反対に外周辺部は大きなメッシュサイズで十分であることよりズーミング技法を用いることが必要となる。これは図1に示すように、き裂を含めた系について、多段階的な応力解析をくり返し、前段階での解を境界条件として、次の解を求める方法である。そのため、K値の精度に、境界条件の影響を直接的に受けるため補間法などの問題点が考えられる。このズーミングを使用する場合、重ね合わせ法が有効に利用できると考えられる。また、有限要素法をベースとする場合、①FEMで求まる変位は通常、応力に比べて精度良く結果が得られること、②エネルギー法はき裂進展前と進展後の解析が必要となり演算時間をかなり要すること、③重ね合わせ法は、実際の構造物を解析するにあたって、解析的に求まった理論値が存在しない場合も考えられ適用範囲が限られること、などを考慮し、汎用性、並びに精度の両面からみれば、変位法、J積分法が有効であると考えられる。

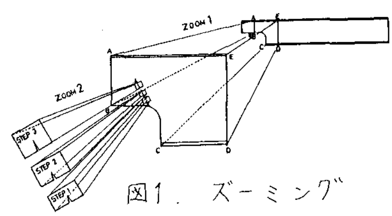

図1．ズーミング

有限要素法をベースとする場合は、有限要素解の精度向上が望まれ、そのため要素分割を細かくする、あるい

は高級な要素、例えば、アイソパラメトリック要素の利用が考えられる。特に式(1)のように、応力は$r^{-\frac{1}{2}}$の特異性を有しているため、アイソパラメトリック要素を変形した特異要素が一般によく利用されている。

3.有限要素法の問題点とその対策　　図2に示すように、解析モデルとして、材質にＳＳ４１を用いた支間長$L=41300mm$の橋梁を用い、桁端切欠き部にき裂を設定した。なおき裂長は$40mm$，$280mm$，$520mm$の三ケースとする。荷重ケースとしては、Case 1．桁端の支点より$1440mm$の位置に$P=10t$を載荷、Case 2．支間中央部に$P=10t$を載荷、の２つを想定した。また、前述のズーミングは、図１に示すように、２段階行なった。最終領域のメッシュ分割は、図３に示すような分割を行なった。

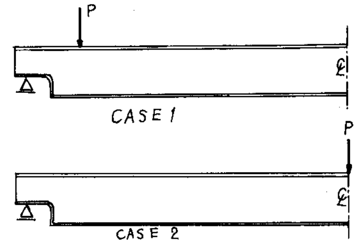

図２　解析モデル

図３(c)の領域は要素長0.5mmの８節点四辺形アイソパラメトリック要素を用い、特にき裂先端では特異要素を導入し精度の向上を図った。また他の領域はすべて３角形定ひずみ要素を用いている。

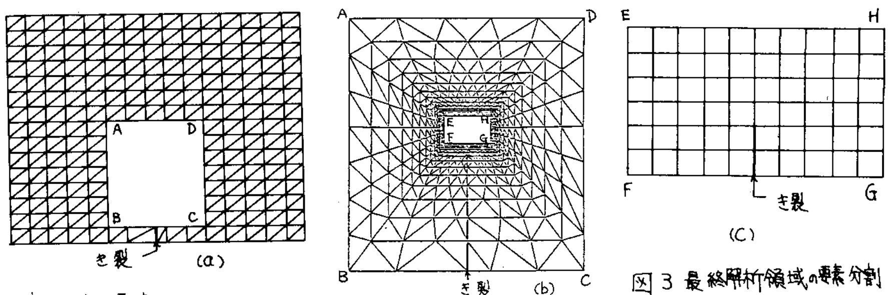

図３　最終解析領域の要素分割

Ｋ値算定には２で挙げたi)ii)iv)を採用した。変位補間(1)とは、図3(a)に示すような最終解析モデルの各端点を補間基準点とする方法であり、変位補間(2)とは、前段階で求まる節点変位より、境界辺上で、できうるかぎりの節点変位の線形補間を行ない補間基準点を数多く設けた方法である。ただし、表１，表２のＫ値は、Ｊ積分により求めたものである。結果を次に示す。i)ズーミングによる最終領域は非常に小さいため、境界条件の強制変位におけるわずかな誤差がかなりの影響を及ぼす。（表１，表２）。ここで、変位補間(1)と(2)では、近似として精度のよいのは当然(2)であるが、補間された任意節点での変位差は、オーダー的に見ればわずか10^{-3}mmにすぎない。そのため、その対策として、倍精度計算はもちろんのこと、①ズーミングの次段階の境界辺上となる部分には節点を数多くする、②解析の対象となる最終領域を広げて誤差を緩和するなどの必要がある。ii)一般構造物におけるＫ値算定の方法としては、ここでは、Ｊ積分法、変位法が応力法に比べて精度のよい解が得られた。STEP１，２，３とき裂が進展しているのにＫ値の差がないのは、解析モデル内の水平補剛材の影響で、き裂進展方向が曲げられるため、表３よりわかるようにK_{II}が顕在化してきたためと考えられる。このことにより、モードⅠ，Ⅱが混在する場合、Ｊ積分法よりむしろ変位法の方が有用であると考えられる。

表１　変位補間①のときのＫ値（$Kg/mm^{3/2}$）

	step 1	step 2	step 3
case 1	36.526	41.892	39.83
case 2	40.634	40.756	36.05

表２　変位補間②のときのＫ値（$Kg/mm^{3/2}$）

	step 1	step 2	step 3
case 1	33.431	34.123	33.166
case 2	37.314	33.390	30.325

表３　変位法によるＫ値　　$K=\sqrt{K_I^2+K_{II}^2}$（$Kg/mm^{3/2}$）

step	case	K_I	K_{II}	K
1	1	31.562	4.2786	31.851
	2	34.244	2.6613	34.347
2	1	29.587	13.863	32.674
	2	27.421	13.363	30.504
3	1	26.119	18.056	31.752
	2	23.090	15.279	27.688

表４　応力法によるＫ値（$Kg/mm^{3/2}$）

step	case	K_I	K_{II}
1	1	37.698	0.0
	2	40.815	0.0
2	1	35.149	0.0
	2	32.572	0.0
3	1	31.018	0.0
	2	27.426	0.0

4.あとがき　　鋼構造物の疲労によるき裂伝播解析を行なうためには、その前段階として応力拡大係数を求める必要がある。そこで本研究では、有限要素法をベースとした、一般的な構造物の応力拡大係数を求める上で生じてくる問題点、1).ズーミング技法及び境界条件の精度　2).応力拡大係数の精度　について例を挙げ、それに対する解決策を提案した。

〈参考文献〉　1)岡村弘之、線形破壊力学入門、培風館（１９８１）