

I-249

クラックの先端で有限な応力集中を与える応力関数

朝日コンサルタント

華北水利水电学院

岐阜大学 工・土木工学科

正会員 ○ 木村映二

正会員 段 樹金

正会員 中川建治

1 まえがき

直線状のクラックを y 軸上を持つ弾性無限板に一樣な引張り応力が作用すると、図-1に示すようにクラック先端の応力度は無限大へ発散する。これは Irwin や Westergaard によって解かれていて、応力関数 $F(z, \bar{z}, a)$ は次のように与えられている。

$$F(x, y, a) = \frac{\bar{z}}{4} \{ (\sigma_{y0} - \sigma_{x0})z + 2\sigma_{x0}\sqrt{z^2 + a^2} \} + \frac{1}{4} \{ (\sigma_{y0} - \sigma_{x0})z^2 - 2\sigma_{x0} \ln \{ z + \sqrt{z^2 + a^2} \} \} \quad (1)$$

$$z = x + iy$$

しかしこの解は $y = a$ で応力度が無限大に発散して不都合なので Dugdale は $\sigma_x = \sigma_{ya}$ で打ち切られたような解(図-2, 曲線 D)を得た。

他方、自由辺を持つ弾性板の自由辺直角方向のクラックによるクラック線上の応力分布を主として実験的なアプローチで解析した研究では図-2に例示するように、有限な応力勾配で有限な応力集中を与えるものが多く報告されている。

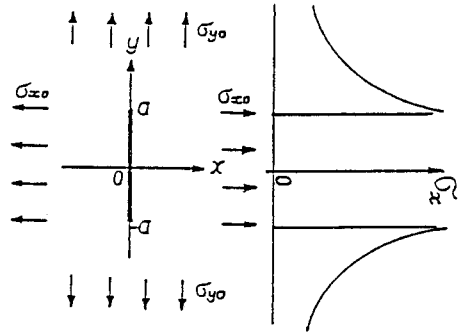


図-1 基本的な解 (Irwin, Westergaard)

- W : Westergaard
- B : Barenblatt
- D : Dugdale
- WW : WWM
- C : Cho
- V : Visalvanish

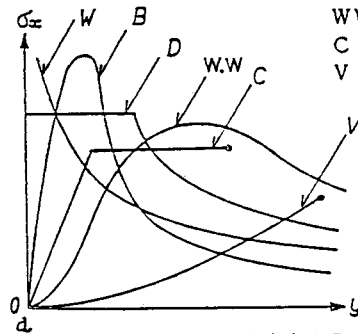


図-2 自由辺直角方向クラック先端の応力集中(実験的なもの)

2 有限な応力集中を与える弾性解

本研究では、クラックの先端で有限な勾配で立ち上がり有限な応力集中となるような弾性解 $H(x, y, a, b)$ を導く方法を紹介する。

このためには次のような重み積分法を用いる。

式(1)の基本的な解のクラック長さを表すパラメータ a を $a = t$ として、 $F(x, y, t)$ に適当な重み関数 $\rho(t)$ を乗じて t に関して区間 $(a, a+b)$ について積分するのである。

$$H(x, y, a, b) = \int_a^{a+b} F(x, y, t) \rho(t) dt \quad (2)$$

このような操作によって $H(x, y, a, b)$ は依然として重調和関数であって1つの弾性解であるが応力集中は有限で目的に添うものとなる(図-3)。

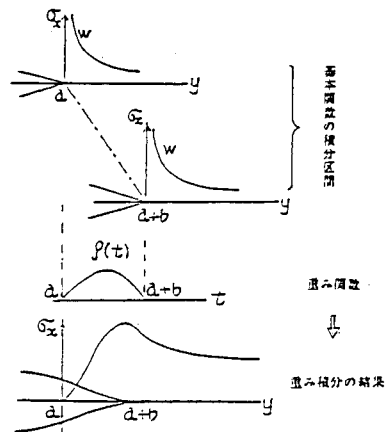


図-3 基本解と重み関数の積を開口長さに関して積分する

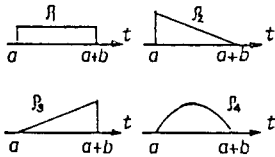


図-4 重み関数の例

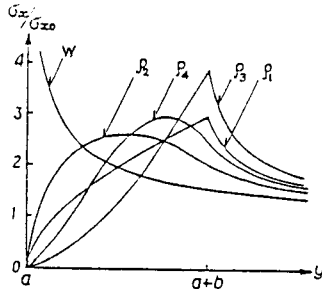


図-5 各重み $p_i(t)$ による解の応力集中(y軸上)

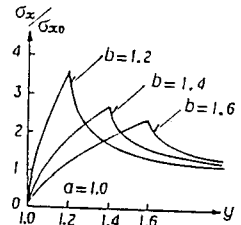


図-6 $p_1(t)$ による解で b を変化させた場合

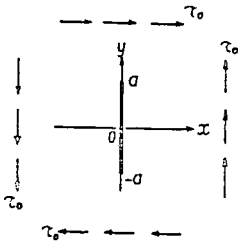


図-7 せん断力を受ける場合(モードⅡ)

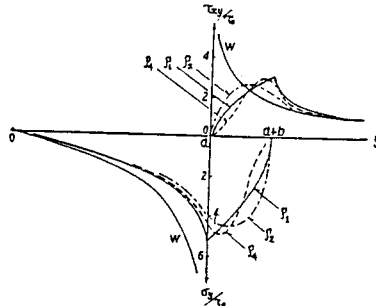


図-8 モードⅡにおけるy軸($x=+0$)の応力集中

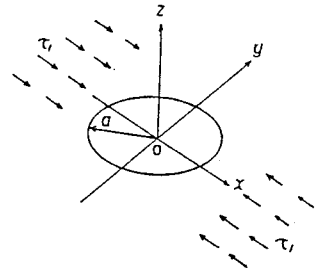


図-9 3次元弾性体の厚さ0のクラック

重み関数 $p(t)$ をそれぞれ図-4に示すようなものにとするとy軸上の応力集中は図-5に示すようなものになり、 $p_1(t)$ によるもので積分区間の長さ b を変化させると図-6のようになり、 $b \rightarrow 0$ とすると図-2の曲線 W へ収束することが分かる。

区間 $(a, a+b)$ は開口変位と応力度 σ とが共存する区間であり、遷移区間と仮称する。これは対数分岐の特性を活用したものである。

3 他の例

1) 2次元問題のせん断(モードⅡ)の場合も同様な手法で有限な応力集中のものを得ることができる(図-7, 8)。

2) 3次元体中の厚さ0のクラックで一様引張りを受けている場合や、図-9に示すようなせん断を受けるものについても同様な重み積分法によって図-10のような応力分布を与える変位関数が得られる。

3) 2次元体の場合、 $p_1(t)$ と $p_2(t)$ の解を重ね合わせて数値解析を行うことで図-11に示すような σ で打ち切った方式の解も得ることができる。

4) 直交異方性板内のクラックについても適用し得る。

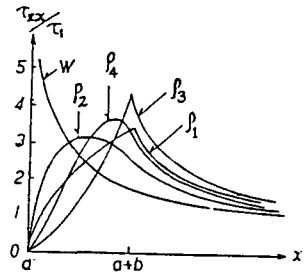


図-10 3次元弾性体中の円盤クラックのx軸に沿う応力

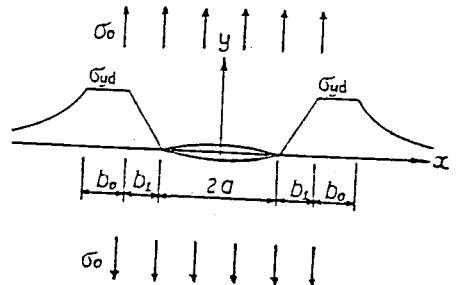


図-11 Dugdale解の拡張