

大阪市立大学工学部	正員	中井	博
京都大学工学部	正員	渡辺	英一
春本鉄工所	正員	竹中	裕文
京都大学大学院	学生員	林	圭一

1. まえがき

プレストレストコンクリート構造物はもちろんのこと、ケーブルを用いた一部の構造物においては、クリープ・リラクゼーションのような長期的な挙動が起こるものと考えられる。そこで本研究では、プレキャスト床版合成桁のクリープ・リラクゼーション現象の解明に焦点を絞り、線形粘弾性体モデルを用いて数値逆ラプラス変換を応用することにより、このような経時挙動を解析したので報告したい。

2. 解析手法

まず、クリープ・リラクゼーションが生じる部分を図1のような3要素モデルを考え、線形粘弾性体と仮定し、その他の部分を弾性体と仮定する。

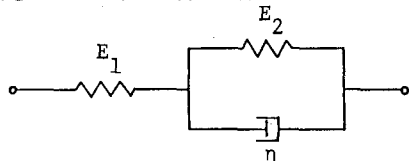


図1 3要素モデル

図1の3要素モデルにおいて、 $\bar{E}(S)$ をラプラス像空間 S における見かけのヤング率とすれば、これは

$$\bar{E}(S) = E_1(S + \mu) / (S + \lambda), \quad \mu = E_2 / \eta, \quad \lambda = (E_1 + E_2) / \eta \quad (1)$$

で与えられる。そこで、弾性体に対しては現空間において、粘弾性体に対してはラプラス像空間においてつり合い式を求めて、それらを像空間で合成すると合成構造物全体のつり合い式が得られる。ついで得られた像空間の解を数値ラプラス逆変換することにより、現空間での解が求められる。

3. 数値解析のための定式化

3.1 プレキャストコンクリート板単体

プレキャストコンクリート板単体には、図2に示すようにプレストレス力 $P(t)$ が作用しているとする。 $t=0$ で $P(0)=P_0$ とすると、 $P(t)$ は次式となる。

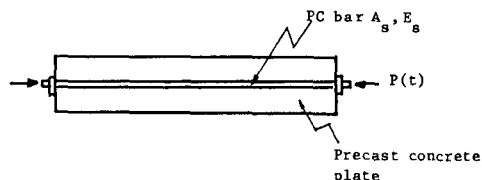


図2 プレキャストコンクリート板単体

$$P(t) = P_0 \{ \alpha + (1 - \alpha) e^{-\kappa t} \} \quad (2)$$

ここで、(2)式をラプラス変換すると次式となる。

$$\bar{P}(S) = P_0 \frac{S + \alpha \kappa}{S(S + \kappa)} \quad (3)$$

したがって、ラプラス像空間におけるプレキャストコンクリート板のひずみ $\bar{\epsilon}_c(S)$ は次式となる。

$$\bar{\epsilon}_c(S) = - \frac{P_0(S + \lambda)(S + \alpha \kappa)}{E_1 A_c(S + \mu)(S + \kappa)} \quad (4)$$

つぎに、プレキャストコンクリート板とPC鋼線との緊張条件より、パラメータ α, κ を決定する。

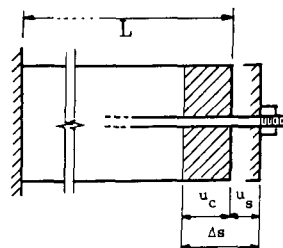


図3 プレキャストコンクリート板単体とPC鋼線

図3より、プレキャストコンクリート板のひずみ $\epsilon_c(t)$ とPC鋼線のひずみ $\epsilon_s(t)$ の間には次の関係が、成り立つ。

$$|\epsilon_c(t)| + \epsilon_s(t) = \frac{\Delta s}{L} = \text{const} \quad (5)$$

(5)式をラプラス変換すると次のようになる。

$$S |\bar{\epsilon}_c(S)| + S \bar{\epsilon}_s(S) = \frac{\Delta s}{L} = \text{const} \quad (6)$$

(6)式に(4)式を代入して整理すると

$$\frac{P_0(S+\alpha\kappa)\{(E_s A_s + E_c A_c)S + \mu E_c A_c + \lambda E_s A_s\}}{E_c A_c E_s A_s (S+\kappa)(S+\mu)} = \text{const} \quad (7)$$

したがって、

$$\kappa = \frac{\lambda + \mu \frac{E_c A_c}{E_s A_s}}{1 + \frac{E_c A_c}{E_s A_s}} \quad \alpha = \frac{\mu}{\lambda} \frac{1 + \frac{E_c A_c}{E_s A_s}}{1 + \frac{\mu E_c A_c}{\lambda E_s A_s}} \quad (8)$$

(8)式を(4)式に代入すると $\bar{\epsilon}c(s)$ は次式となる。

$$\bar{\epsilon}c(s) = \frac{P_0(S+\lambda)}{E_c A_c S(S+\kappa)} \quad (9)$$

(9)式を逆ラプラス変換すると $\epsilon c(t)$ は次式となる。

$$\epsilon c(t) = -\frac{P_0}{E_c A_c} \left[\frac{\lambda}{\kappa} + \left(1 - \frac{\lambda}{\kappa}\right) e^{-\kappa t} \right] \quad (10)$$

3.2 プレキャスト合成床版桁

合成桁の床版部分を粘弾性体、鋼桁部分を弾性体として、ラプラス像空間においてつり合い式、構成式、適合条件式を導く。

プレストレスを導入されたプレキャスト部分には、クリープによる軸収縮を起こすが、これを鋼桁と合成する場合、プレキャスト部分の応力状態は変化し鋼桁部分には新しい応力が発生する。

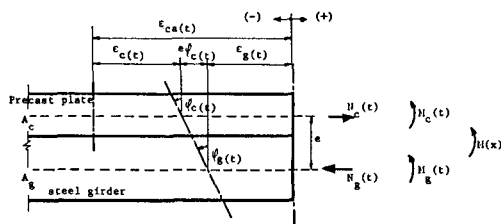


図4 合成桁縦断面

このときプレキャスト部分の断面には、軸方向引張力 $N_c(t)$ と曲げモーメント $M_c(t)$ 、鋼桁断面には軸方向圧縮力 $N_g(t)$ と曲げモーメント $M_g(t)$ が生じていると考えられる。したがって、ラプラス像空間におけるつり合い、適合、構成式は次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{N}c(s) &= -\bar{N}g(s) \\ \bar{M}c(s) + \bar{M}g(s) - \bar{N}c(s)e &= \frac{M(x)}{s} \\ \bar{\Phi}c(s) &= \bar{\Phi}g(s) \\ \bar{\epsilon}ca(s) &= \bar{\epsilon}g(s) - \bar{\epsilon}c(s) - \bar{\Phi}c(s)e \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}c(s) &= \frac{\bar{M}c(s)}{E_c(s)I_c} & \bar{\Phi}g(s) &= \frac{\bar{M}g(s)}{E_g I_g} \\ \bar{N}c(s) &= \bar{D}c(s)\bar{\epsilon}c(s) & \bar{N}g(s) &= Dg(s)\bar{\epsilon}g(s) \end{aligned}$$

ここに、添字のcはプレキャスト部分、gは鋼桁部分を表し、 $\bar{N}(s)$ 、 $\bar{M}(s)$ 、 $\bar{\Phi}(s)$ 、 $\bar{\epsilon}(s)$ はそれぞれ軸方向力、曲げモーメント、曲率、ひずみである。なお、 $\bar{\epsilon}ca(s)$ は合成を無視したときのプレキャスト部分のひずみで(10)式で与えられる。

(11)式の8元1次連立方程式を解くことにより、ラプラス像空間における解を求めることができる。また、これを数値ラプラス逆変換することにより、現空間での解が得られる。

4. 数値解析例

数値解析を行うにあたり、3要素モデルの粘弾性定数には、表1に示されている値を採用した。

つぎに、解析結果と実験値との比較の一例を示す

表1. 粘弾性定数

	E_1	E_2	η	μ	ρ	λ	TT
プレキャスト 合成桁	3.0×10^5 (kgf/cm ²)	3.0×10^5 (kgf/cm ²)	3.0×10^7 (kgf/cm ² day)	0.01	1	0.02	100 (day)

$$\mu = E_2/\eta, \quad \rho = E_2/E_1, \quad \lambda = (E_1 + E_2)/\eta, \quad TT = \eta/E_2$$

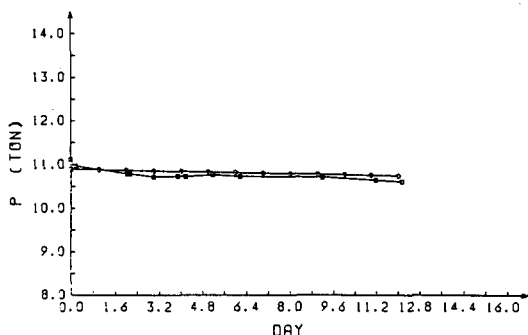


図5 プレストレスカー時間曲線

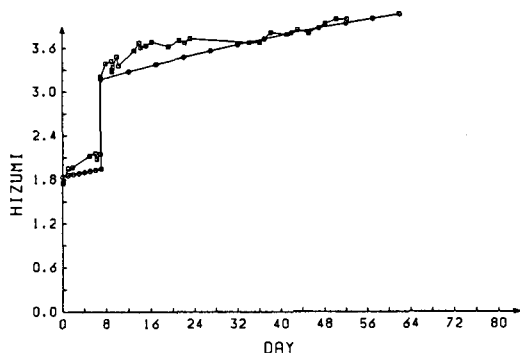


図6 コンクリート床版の軸方向ひずみ-時間曲線