

I-163

限界状態超過確率に基づく荷重係数

大阪大学工学部 正員 ○川谷 充郎
コロムビア大学 正員 篠塚 正宣

1. まえがき 荷重係数設計法は、力学的に類似した構造物に対しては、その大きさおよび幾何学的形状の相違にもかかわらず、許容応力度設計法に比較して、それら構造物の設計に均一な信頼性をもたらすという利点がある。本研究では限界状態超過確率に基づいて荷重係数を定める手法を示す。荷重の種類として、常時作用する主荷重 D/L (死荷重 D および活荷重 L 、ただし以下簡単のため主荷重を D により表す)と、まれに作用する強風による風荷重 W ならびに強震による地震荷重 E を考える。荷重係数を定めるに際して基準とすべき限界状態超過確率は、現行の許容応力度法により設計された構造物の限界状態超過確率の平均値を用いる。

2. 荷重係数決定法 荷重係数設計法における応力照査式として次式を考えるものとする。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_R &\geq \alpha_D \gamma_D D_n \\ \sigma_R &\geq \alpha_D^I \gamma_D^I D_n + \alpha_W^I \gamma_W^I W_n \\ \sigma_R &\geq \alpha_D^{II} \gamma_D^{II} D_n + \alpha_E^{II} \gamma_E^{II} E_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 σ_R : 抵抗応力度、 α 's : 各荷重による断面力の応力度への変換係数、 γ 's : 荷重係数、 D_n, W_n, E_n : 主荷重、風荷重、地震荷重の設計荷重による断面力。

式(1)の荷重係数を定める手順として次のような方法を用いる。

- N個の典型的な構造物を考える ($i=1, 2, \dots, N$)。
- 各構造物を各荷重組合せのもとで適当な荷重係数を用いて設計する。各構造物の設計変数はその値を最大にする荷重組合せによって決定される。すなわち $\alpha_D, \alpha_D^I, \alpha_D^{II}$ の内最小の値を有する荷重組合せにより断面が決定される。
- 各構造物において種々の限界状態についてその超過確率を計算する。互いに排反な荷重組合せを考えることにより、限界状態超過確率は次式により算出される。

$$\begin{aligned} Pr(\sigma_L) &= P\{\sigma_L < \sigma \mid D\} \cdot P\{D\} + P\{\sigma_L < \sigma \mid D \cap W\} \cdot P\{D \cap W\} \\ &\quad + P\{\sigma_L < \sigma \mid D \cap E\} \cdot P\{D \cap E\} + P\{\sigma_L < \sigma \mid D \cap W \cap E\} \cdot P\{D \cap W \cap E\} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $P\{\sigma_L < \sigma \mid A\}$: 条件Aのもとでの限界状態超過確率、 $P\{A\}$: 条件Aの発生確率、 σ_L : 種々の限界状態に対応する応力度。

ここでは限界状態として、許容応力度 σ_a 、降伏応力度 σ_y ならびに破断応力度 σ_u を考える。許容応力度は例えば使用性や疲労破損の限界状態を表現し、降伏応力度は残留変形の生ずる限界状態を表し、また破断応力度は構造物の崩壊という極限状態を表現する。

- 各限界状態に関する目標超過確率をすべての構造物について共通にとり、次の目的関数 Ω を導入する。

$$\Omega = w_a \sum \left(\frac{\log P_a^I - \log P_a^*}{\log P_a^*} \right)^2 + w_y \sum \left(\frac{\log P_y^I - \log P_y^*}{\log P_y^*} \right)^2 + w_u \sum \left(\frac{\log P_u^I - \log P_u^*}{\log P_u^*} \right)^2 \quad (3)$$

ここに、 $P_a^I = P_f^I(\sigma_a)$, $P_y^I = P_f^I(\sigma_y)$, $P_u^I = P_f^I(\sigma_u)$ 、 P_a^* , P_y^* , P_u^* : それぞれ許容応力度、降伏応力度ならびに破断応力度に関する目標限界状態超過確率、 w_a, w_y, w_u : 目的関数にどの限界状態を考慮するかを与える係数($w_a, w_y, w_u = 0$ or 1)。

この目的関数 Ω を最小にするようにすべての荷重組合せにおける荷重係数を定める。

- 各限界状態に関する超過確率の目標値は、許容応力度法により設計された構造物の限界状態超過確率の平均値を用いる。そこで、許容応力度法における応力照査は、荷重係数設計法における場合の式(1)に対応して次式により行われる。

$$\left. \begin{aligned} P_1 \sigma_y / S_r &\geq \alpha_D D_n \\ P_2 \sigma_y / S_r &\geq \alpha_D D_n + \alpha_W W_n \\ P_3 \sigma_y / S_r &\geq \alpha_D D_n + \alpha_E E_n \end{aligned} \right\} (4)$$

ここに、 S_r ：安全率 ($S_r=1.7$)、 P_i ：許容応力度の割増係数 ($P_1=1.0$, $P_2=1.25$, $P_3=1.7$)。

3. 各荷重による断面力の確率分布 (1) **主荷重** 主荷重による断面力 D の確率分布は正規分布とする。(2) **風荷重** 一回の強風現象により構造物に生ずる断面力 W の確率分布関数は次の指数分布で表されるものとする。

$$\left. \begin{aligned} F_W(x) &= 1 - \exp \{-h(x - W_0)\} & x \geq W_0 \\ &= 0 & x \leq W_0 \end{aligned} \right\} (5)$$

ここに $h > 0$ であり、 W_0 は工学的に風現象と考えられる最小の風作用による断面力を示す。風現象の発生が発生率 λ_w のポアソン法則で規定されるとき、風現象による年最大断面力の分布は次の第1種極値分布となる。

$$\left. \begin{aligned} F_{Wn}(x) &= \exp [-\lambda_w \exp \{-h(x - W_0)\}] \\ & \quad x \geq W_0 \end{aligned} \right\} (6)$$

設計風速による断面力 W_n は、 N_w 年風速（再現期間 N_w 年に対する風速）に対応するものとする。したがって年最大断面力の分布 $F_{Wn}(x)$ を用いて、

$$1 - F_{Wn}(W_n) = 1 / N_w,$$

故に、 $h = -\ln \{-\ln(1 - 1/N_w) / \lambda_w\} / (W_n - W_0)$ (7)

(3) **地震荷重** 風の場合と同様に、一回の地震が構造物に及ぼす断面力 E の確率分布も指数関数をとるものと仮定する。以上の各荷重の特性により、式(2)の各荷重組合せの発生率は一年当たり次のように表される。

$$P\{D\} = 1, P\{D \cap W\} = \lambda_w, P\{D \cap E\} = \lambda_E, P\{D \cap W \cap E\} = \lambda_w \lambda_E (d_w + d_E) \quad (8)$$

ここに、 d_w, d_E はそれぞれ W と E の平均継続時間である。

4. 数値計算例 数値計算に用いる入力データを表-1に掲げる。限界状態を表す応力度の関係は許容応力度を基準にして $\sigma_y = 1.70 \sigma_a$, $\sigma_u = 1.70 \sigma_y = 2.89 \sigma_a$ とする。式(1)の主荷重の荷重係数の内、 $\gamma_D = 1.70$ とし、他の $\gamma_D' = \gamma_D'' = 1.20, 1.30, 1.40$ の場合について γ_W, γ_E を求めることにする。限界状態を降伏応力度（すなわち式(3)において $w_a = 0, w_y = 1, w_u = 0$ ）として得られた荷重係数を、 $ID=2$ ($\lambda_w = 0.5/\text{year}$, $\lambda_E = 0.01/\text{year}$) について表-2に示す。 $\gamma_D' = \gamma_D''$ が大きくなると当然 γ_W および γ_E は小さくなり、 γ_W と γ_E は $\gamma_D' = \gamma_D''$ の変化に敏感である。 $\gamma_D' = \gamma_D'' = 1.30$ について、限界状態を降伏応力度と破断応力度とした場合、および降伏応力度と破断応力度の2つの限界状態を共に考慮した場合の荷重係数を表-3に示す。

表-2において、限界状態超過確率のばらつきを表す Ω 値を許容応力度設計法における Ω 値と併記する。荷重係数設計法における Ω の方が許容応力度設計法による Ω より小さくなっている。このことは、荷重係数設計法が、力学的に類似した構造物においては風や地震による発生応力度の割合が異なっても、均一な信頼度をもたらすことを示し、その合理性を明らかにするものである。

参考文献 1) Shinozuka, M., Proc. of IABSE Symposium, pp.65-69, Sept. 4-6, 1986, Tokyo.

Table 1 Input data of numerical examples

Structures	IQ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha_D' W_n / \alpha_D'' D_n$		0.25	0.25	0.25	0.30	0.30	0.30	0.35	0.35	0.35
$\alpha_E' E_n / \alpha_D'' D_n$		0.25	0.30	0.35	0.25	0.30	0.35	0.25	0.30	0.35
weight for Ω		1	3	1	3	9	3	1	3	1
W_0/W_n		0.2								
E_0/E_n		0.2								

主荷 (2)	Principle load	IVD	1	2	3
	Coefficient of variation		0.05	0.10	0.15

Wind load and earthquake load				
Duration	$d_w = 30\text{min}, d_E = 30\text{sec}$			
Return period	$N_w = 100\text{year}, N_E = 500\text{year}$			
Occurrence rate	ID	1	2	3
λ_w		1.0	0.5	0.1/year
λ_E		0.005	0.010	0.050/year

Table 2 Load factors, γ_W, γ_E' (Limit state = σ_y , $ID=2$)

$\gamma_D' = \gamma_D''$	1.20			1.30			1.40			Allowable stress design
V_D	γ_W'	γ_E''	Ω	γ_W'	γ_E''	Ω	γ_W'	γ_E''	Ω	Ω
0.05	1.50	1.90	0.008	1.30	1.60	0.008	1.00	1.20	0.018	0.084
0.10	1.70	1.90	0.005	1.30	1.60	0.008	1.10	1.20	0.015	0.063
0.15	1.80	1.80	0.018	1.50	1.40	0.012	1.10	1.20	0.010	0.033

Table 3 Load factors, γ_W, γ_E' ($\gamma_D' = \gamma_D'' = 1.30$, $ID=2$)

Limit states	σ_y		σ_u		$\sigma_y \& \sigma_u$	
V_D	γ_W'	γ_E''	γ_W'	γ_E''	γ_W'	γ_E''
0.05	1.30	1.60	1.10	1.60	1.10	1.60
0.10	1.30	1.60	1.10	1.60	1.20	1.60
0.15	1.50	1.40	1.10	1.60	1.30	1.60