I-155　任意の確率分布を有する多次元ランダム過程のシミュレーション法

清水建設大崎研究室　正会員　○山崎文雄
コロンビア大学　正会員　篠塚正宣

1. はじめに　ランダム過程のシミュレーションは、従来、構造物の不規則振動問題に広く利用されてきたが、近年、確率有限要素法における構造物の材料特性等の空間的変化の表現法としても利用されつつある[1]。ガウス分布に従う複数多次元ランダム過程のシミュレーション法については、既に篠塚らによって数多くの研究(例えば[2])がなされているが、その他の確率分布に従うランダム過程のシミュレーション法については、篠塚らの論文[3]の他には余り研究がなされていないのが現状である。ここでは、最近著者らが開発したガウス過程をもとに任意の確率分布ランダム過程をシミュレートする手法について概述する。

2. 多次元確率ガウス過程のシミュレーション法　定常ガウス過程のシミュレーション法としては、パワースペクトルと三角級数を用いて表現する方法、相関マトリクスをコレスキー分解またはモード分解する方法などがあるが、ここでは、2次元の場合を例に前者の方法を紹介する。2次元のパワースペクトルS_{ff}が与えられた場合、2次元ランダム過程のサンプル関数$f(x,y)$は、

$$f(x,y)=\sqrt{2}\sum_{k=1}^{N_x}\sum_{l=1}^{N_y}\sqrt{2S_{ff}(\kappa_{xk},\kappa_{yl})\Delta\kappa_x\Delta\kappa_y}\left[\cos(\kappa_{xk}x+\kappa_{yl}y+\phi_{kl})+\cos(\kappa_{xk}x-\kappa_{yl}y+\psi_{kl})\right] \tag{1}$$

ここで、ϕ_{kl}, ψ_{kl}はランダム位相角、$\kappa_{xk}=k\cdot\Delta\kappa_x$, $\kappa_{yl}=l\cdot\Delta\kappa_y$, $\Delta\kappa_x=\kappa_{ux}/N_x$, $\Delta\kappa_y=\kappa_{uy}/N_y$, κ_{ux}及びκ_{uy}は最大波数。また逆に離散化した$f(x_m, y_n)$が与えられた場合、パワースペクトルは、

$$S_{ff}(\kappa_{xk},\kappa_{yl})=\frac{1}{\Delta\kappa_x\Delta\kappa_y}\left|\frac{1}{N_xN_y}\sum_{m=1}^{N_x}\sum_{n=1}^{N_y}f(x_m,y_n)e^{-i(\kappa_{xk}x_m+\kappa_{yl}y_n)}\right|^2 \tag{2}$$

(1),(2)式の演算は、ともに高速フーリエ変換(FFT)の利用により、効率的に実行できる。

3. 多次元確率非ガウス過程のシミュレーション法　(1)式で生成されたガウス過程を確率分布関数上で写像することにより、同一の期待値と標準偏差を有する任意の確率分布のランダム過程が生成される。この写像により得られたランダム過程のパワースペクトルを(2)式で求め、目的とするパワースペクトルと比較する。これらの差が充分小さくなるまで、ガウス過程を生成するためのパワースペクトルの更新、ガウス過程の生成、非ガウス分布への写像の手順を繰り返す(Fig.1)。ここでは例題として、β分布に従うランダム過程のシミュレーションを行った。Fig.2~4に目的とする確率分布とパワースペクトルを示す。Fig.5~7に3回のイテレーション後のβ分布ランダム過程のサンプル結果を示すが、パワースペクトル(Fig.5)及び確率分布関数(Fig.7)ともに、ほぼ完璧に目的関数を満たしていることがわかる。このような写像と収束計算を用いる方法は、相関マトリクスによるシミュレーションや、複数ランダム過程のシミュレーションにも応用が可能で、幅広い利用範囲があるものと思われる。

[1] Yamazaki , Shinozuka , Dasgupta ,"Consideration of Spatial Variability of Material Properties by the Finite Element Method", Columbia Univ. Report, Dec., 1985

[2] Shinozuka ,"Digital Simulation of Random Processes in Engineering Mechanics with the Aid of FFT Technique", Stochastic Problems in Mechanics , Univ. of Waterloo Press , 1974

[3] Shinozuka , Tan ,"Probabilistic Load Combinations and Crossing Rates", Proc. of the Symposium on Probabilistic Methods in Structural Engineering , ASCE , Oct., 1981

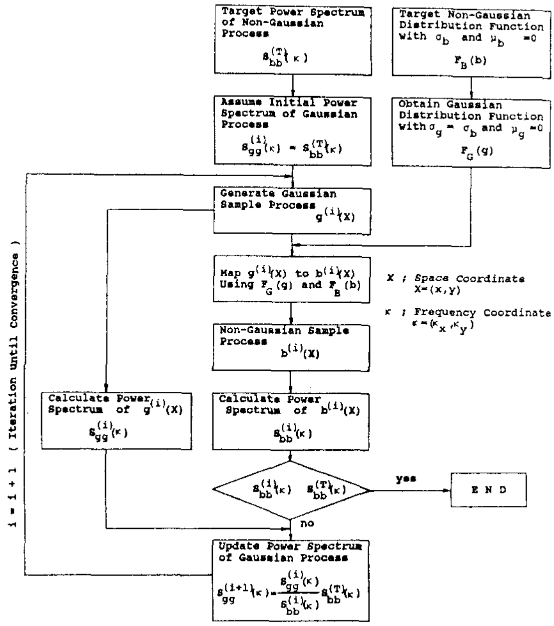

Fig.1 Flow Chart for Digital Simulation of Non-Gaussian Random Processes

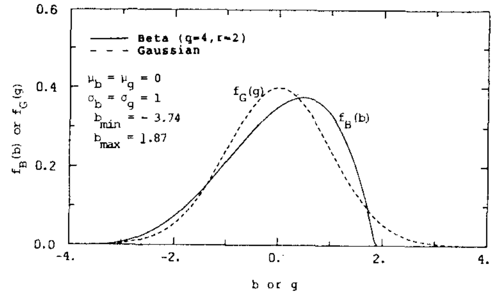

Fig.2 Target Probability Density Functions

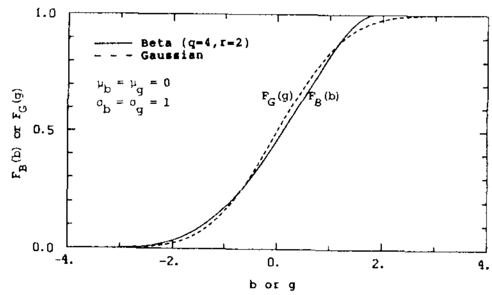

Fig.3 Target Probability Distribution Functions

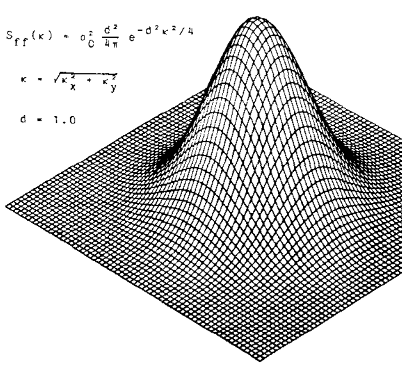

Fig.4 Target Spectral Density

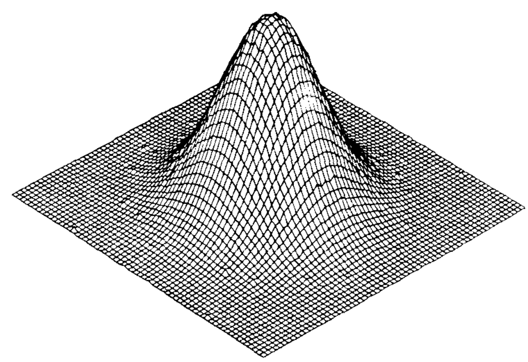

Fig.5 Simulated Spectral Density

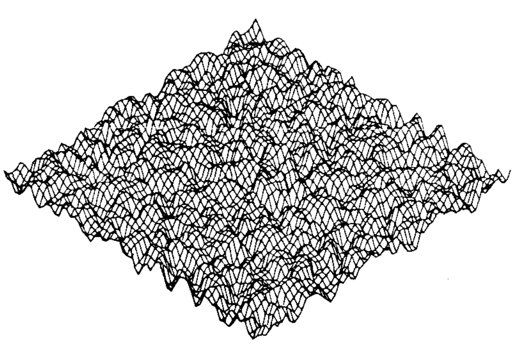

Fig.6 Simulated 2-D Beta Process

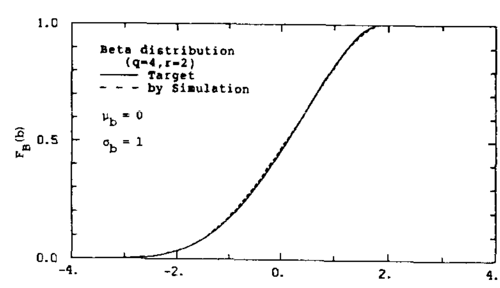

Fig.7 Comparison of Target and Simulated Distribution Functions