

信州大学工学部 正員 長 尚  
 鉄建建設(株) 大矢 秀人  
 信州大学工学部 学生員 佐々木 新市

1. まえがき

破壊基準が関数式で表現されている場合は、関数が非線形でかつ確率変数の確率分布が非正規分布でしかも相関があっても、非常に効率良く安全性指標を求めることができる。<sup>D</sup> ところで破壊基準が関数式で表現されていない場合については、Y.-T. Wu等が、金属疲労の安全性解析に対して、2次の近似多項式表現による計算法を提案している。<sup>2)</sup> 本文ではこの方法を簡略化して、1次近似式表現による計算法を示し、具体的に斜面のすべりの問題に適用してその有効性を検討する。

2. 1次近似式表現による全確率分布安全性指標の計算法

以下斜面のすべりの問題を例にとり、1次近似式による破壊基準関数の表現方法について説明する。なおY.-T. Wu等はこれを2次多項式で表現している。しかし通常的安全解析の問題では、設計点近傍での非線形性は余り強くない。そこで本文では計算の簡略化のために1次式による方法を示す。いまある斜面のすべりに対する安全率をFとすると、破壊基準関数は形式的に、 $g(x) = 1 - F(x) \dots (1)$  のように書くことができる。ここにxは安全率Fに影響を与える、荷重・強度等の確率変数で、 $x = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T \dots (2)$  とする。ところで、安全率Fを例えばBishop法で求めようとする、次式による繰り返し

$$F = \min \left[ \frac{1}{\sum_{j=1}^m w_j \sin \alpha_j} \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{c_i l_i \cos \alpha_i + (w_i - u_i \cos \alpha_i) \tan \Phi_i}{\cos \alpha_i + (1/F) \tan \Phi_i \sin \alpha_i} \right\} \right] \dots (3)$$

し計算が必要となる。ここに、m:分割数、 $l_i$ : iブロックの底辺の長さ、 $u_i$ : iブロックの底辺における間隙水圧、 $\alpha_i$ : iブロックの底辺の傾斜角、 $w_i$ : iブロックの土の重さと積載荷重、 $c_i$ : iブロックの土の粘着力、 $\Phi_i$ : iブロックの土の内部摩擦角である。したがって、 $F(x)$ を隔ん関数式で表現することができない。そこでこれがある点 $x^0$ で式(4)のような1次式で表現できるものと仮定する。 $F(x) = \alpha_0 + \alpha^T (x - x^0) \dots (4)$  ここに $\alpha_0$ ,  $\alpha$ は常数で、次の最小2乗正規方程式を解いて求める。 $V^T V \alpha^* = V^T F \dots (5)$  ここにV, Fは次のようである。

$$V = \begin{bmatrix} 1 & (x_1^1 - x_1^0) & \dots & (x_n^1 - x_n^0) \\ 1 & (x_1^2 - x_1^0) & \dots & (x_n^2 - x_n^0) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & (x_1^{n+1} - x_1^0) & \dots & (x_n^{n+1} - x_n^0) \end{bmatrix} \dots (6) \quad F = \begin{bmatrix} F(x^1) \\ F(x^2) \\ \vdots \\ F(x^{n+1}) \end{bmatrix} \dots (7)$$

また、 $x^k$ は $x^0$ の近傍点で、 $\alpha^* = (\alpha_0 \ \alpha)^T = (\alpha_0 \ \alpha_1 \ \dots \ \alpha_n)^T \dots (8)$  である。すなわち、 $x^0$ の近傍の、(n+1)点について式(3)を適用して繰り返し演算により $F(x^k)$ を計算し、式(5)により $\alpha^*$ を決定する。その上で全確率分布安全性指標を文献1)で示したような手順で求める。

3. 計算例

図-1に示す斜面についての計算例を示す。ここで確率変数は、積載等分布荷重q, 土の粘着力c, 土の内部摩擦角 $\Phi$ , 土の単位体積重量 $\gamma$ , 地下水位 $g_w$ (図-1において、地下水位の平均値の座標 $y_w$ から10m上を基準座標 $y_w^0$ とし、地下水位座標を、 $y_w = y_w^0 + g_w$ と表現した。)の計5個とした。平均値及び変動係数を表-1に示す。確率分布はA(すべて正規分布), B(すべて対数正規分布)の2ケースとした。計算結果は、 $\beta(A) = 1.30$ ,  $\beta(B) = 1.33$ であった。比較のためにモンテカルロ法で安全性指標

を求めると、それぞれ1.32, 表-1 平均値・変動係数

1.37であった。また、計算時間はモンテカルロ法の約120分の1であった。このことより本法の有効性が確認された。次に、個々の確率変数の変動係数の変化がどのように安全性指標に影響するかを、図-2, 3に示す。これらの図には、個々の確率変数の平均値を用いた、

確率変数	平均値	変動係数
q	7.0tf/m	0.3
c	4.0tf/m <sup>2</sup>	0.2
Φ	15 tf/m <sup>2</sup>	0.2
γ	2.0tf/m <sup>2</sup>	0.15
g <sub>w</sub>	10.0 m	0.24

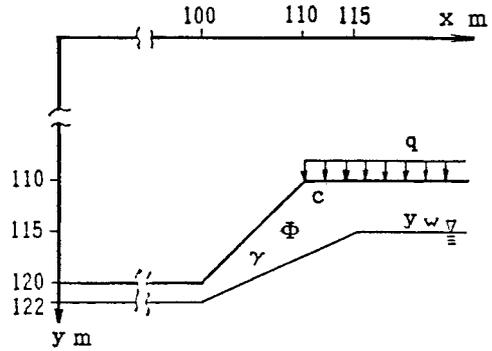


図-1 解析するすべり斜面

β F  
1.80  
1.70  
1.60  
1.50  
1.40  
1.30  
1.20  
1.10  
1.00  
A  
B  
F  
cの変動係数  
0.05 0.10 0.15 0.20 0.25 0.30

図-2 cの変動係数の影響

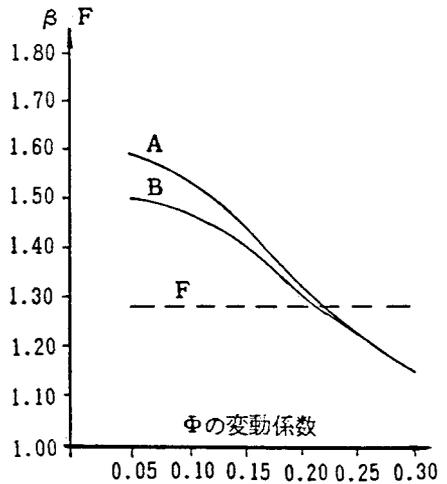


図-3 Φの変動係数の影響

より、変動性に対する配慮はなされる筈であるから、これらの図に現れる程両者に違いはないであろう。しかしより合理的に扱うためには、やはりこのような確率論的手法が優れていることを、これらの図は示していると言えよう。最後に、斜面のすべりの解析法の一つである、ここで用いたBishop法自身も不確実性を有する。そこで、これを考慮して式(1)に変えて、 $g(x) = 1 - E \cdot F(x) \dots (9)$  とし、Eを平均値1.0, 変動係数  $V_E = 0.05 \sim 0.30$  の正規確率変数として計算した結果を図-5に示す。当然Eの変動係数の上昇に従って安全性はかなり低下する。どの程度の変動係数を考えるべきかについてを判断する材料は持たないが、いずれにしても解析法のもつ不確実性が安全性に大きく影響することを、この図は示していると思う。なおこの例においては、計算効率は2次の近似多

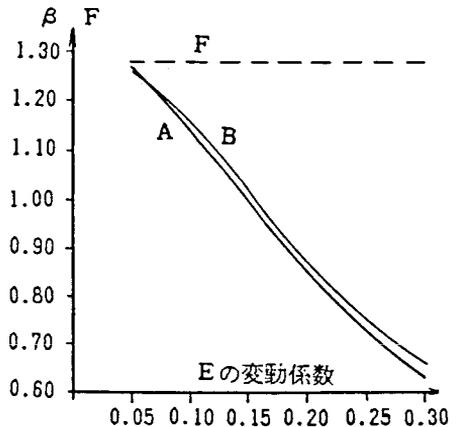


図-4 Eの変動係数の影響

項式表現より、1次近似式表現の方がむしろ良く、ここで示した方法が十分有用であることが分かった。  
参考文献 1) 長尚: 相関がある場合の全確率分布安全性指標, 構造工学論文集, Vol.32A, PP.485 ~494, 1986. 2) Wu Y.-T. et al. : Advanced Reliability Method for Fatigue Analysis, Proc. of ASCE, J. of EM, Vol.110, No.4, pp.536~553, 1984.