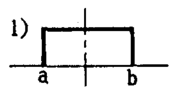
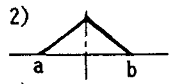
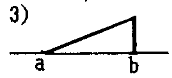
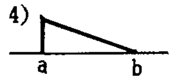
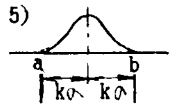
I-153　Angの提案になる修正係数法について

信州大学工学部　学生員　佐々木　新　市
信州大学工学部　正員　長　　尚

1．まえがき

Ang は各確率変数及びその関数の予測の不完全さを補うために，これらに乗ずる修正係数（corrective factor，確率変数）を提案した。[1) 2)] そしてこの確率変数の変動性は，技術的判断によるので，その上下限値と数種の確率密度曲線の形から決まる，平均値と変動係数（表－１参照）を用いることによって考慮することとしている。さらに，この修正係数を乗じた全体の変動性も，平均値まわりの１次近似法で処理している。この提案の基本的な部分である，修正係数を乗じて予測の不完全さを補うという考え方は多くの技術者によって取り入れられ，筆者等も以前から用いてきている。[3)] しかし，安易に修正係数の変動性を平均値と変動係数だけで扱ったり，平均値まわりの１次近似法で全体の変動性を処理することは，好ましくない。本文ではこのことを具体的な例を通して指摘する。

表－１　各確率分布の平均値・変動係数

確率密度関数	平均値	変動係数
1) 	(b+a)/2	$(b-a)/(b+a)/\sqrt{3}$
2) 	(b+a)/2	$(b-a)/(b+a)/\sqrt{6}$
3) 	(2b+a)/3	$(b-a)/(2b+a)/\sqrt{2}$
4) 	(b+2a)/3	$(b-a)/(b+2a)/\sqrt{2}$
5) 	(b+a)/2	(b-a)/(b+a)/k

2．例1

文献２）の例題6.14に木製の張り出しばりのたわみの変動係数の計算例がある。たわみｄは次式で表されている（ただし例題のままでなく，少し整理して表現してある）。$d=(x_1/1.05+0.99x_2/\bar{X}_2)\,x_3/(x_4\,x_5\,x_6)$ ・・・(1) ここに，$\mathbf{x}=(x_1\cdots\cdots x_6)$ ・・・(2) は確率変数で，その平均値と変動係数は表－２のように与えられている。このうち修正係数はx_3，x_4 で，x_4 の確率分布形は，表－１の4)型（$a=0.85$，$b=1.15$）である。このｄについてAngの方法で変動係数を求めると$V_A=0.383$ を得る。さてここでこの変動係数を用いさらにたわみの許容値をd_0 として，破壊基準関数 $g(\mathbf{x})=d_0-d$ ・・・(3) について安全性指標を求めると次のようになる。$\beta_A=(d_0-\bar{d})/(V_A\,\bar{d})$ ・・・(4) 次にこの例において，すべての確率変数を正規分布とした場合（以下添字Ｎで示す）と，x_2，x_4 を，それぞれ例題の通り極値Ⅱ型（$v=18.08$, $k=3.78$），表－１の4)型とした場合（以下添字Ｌで示す）の，全確率分布安全性指標及びｄの変動係数を求めた。また比較のためモンテカルロ法による安全性指標（以下添字Ｍで示す）も計算した。これらの結果を表－３及び図－１に示す。これらの図表によると，たわみの許容値が大きくなるに従って，Ang の方法とその他の方法の差が大きくなっている。

表－３　各種方法による安全性指標・変動係数（例１）

d_0	β_A	V_A	β_N	V_N	β_{NM}	β_L	V_L	β_{LM}
5.0	3.46	0.38	2.10	0.63	2.01	2.22	0.60	2.42
4.0	2.25	0.38	1.58	0.55	1.50	1.74	0.50	1.92
3.0	1.04	0.38	0.87	0.46	0.83	1.05	0.38	1.19
2.5	0.43	0.38	0.40	0.42	0.36	0.57	0.29	0.73

表－２　平均値等

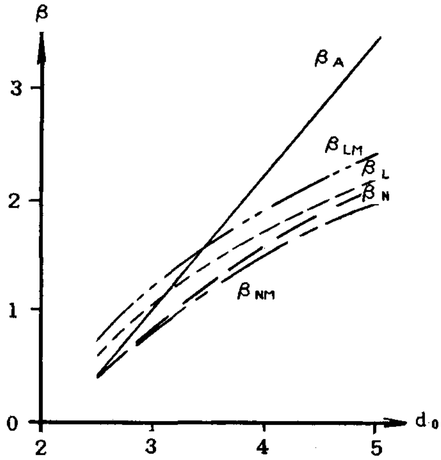
確率変数	平均値	変動係数
x_1	1.0	0.10
x_2	22.52	0.46
x_3	1.05	0.07
x_4	0.95	0.07
x_5	1.0	0.20
x_6	1.0	0.20

3．例2

死活荷重作用による鋼材のはりの曲げ破壊に関する，破壊基準関数を次のようにモデル化する。$g(\mathbf{x}) = x_1 x_2 x_3 - (x_4 + x_5) x_6$ ・・・(5) ここに，x_1：鋼材の降伏点強度，x_2：鋼材の断面塑性係数，x_3：強度修正係数，x_4：死荷重，x_5：活荷重，　x_6：荷重修正係数である。これらのうち，修正係数以外の確率変数の平均値（無次元化してある）と変動係数を表－4に示す。この例について修正係数を表－1の2)もしくは4)型として，Ang の方法で，安全性指標を求めた結果（β_A）と，比較のために，表－5に示すような確率分布とした，全確率分布安全性指標（$\beta_1 \sim \beta_3$）を表－6に示す。なお表－5において，Nは正規分布を，Wはワイブル分布を，Eは極値I型をそれぞれ示し，＊は表－1の2)もしくは4)型を示す。また表－5の1のx_3，x_6のNは表－1の2)もしくは4)型の場合の平均値，変動係数をもつ正規分布としたことを意味している。この例でも，修正係数に対して単に平均値，変動係数だけを用いたAng の方法と，確率分布の形を考慮に入れた方法とでは，安全性指標の値にかなりの差が生じている。

表－4　平均値等

確率変数	平均値	変動係数
x_1	2.8	0.05
x_2	5.255	0.01
x_4	1.25	0.05
x_5	3.75	0.20



図－1　各種安全性指標の比較（例1）

表－6　各種方法による安全性指標（例2）

修正係数の確率分布	上下限値	β_A	β_1	β_2	β_3
x_3 ：2)，x_6 ：2)	0.5 ～1.5	2.63	2.80	4.60	4.61
x_3 ：2)，x_6 ：2)	0.75～1.25	3.93	4.36	5.10	5.02
x_3 ：4)，x_6 ：2)	0.5 ～1.5	1.83	1.90	1.10	1.18
x_3 ：4)，x_6 ：2)	0.75～1.25	3.16	3.27	4.44	4.45

表－5　確率分布

変数	1	2	3
x_1	N	N	W
x_2	N	N	N
x_3	N	＊	＊
x_4	N	N	N
x_5	N	N	E
x_6	N	＊	＊

4．考察

Ang の示した変動係数を用いて安全性指標を計算すると，修正係数の確率分布の形が十分生かされず，結果的に安全性指標のもつ意味が薄れてくる。特にこの例のように非線形性が強いとその傾向が顕著となる。例2では例1ほど非線形性が強くないため，Ang の方法による結果（β_A）とすべての変数を正規分布とした結果（β_1）とに余り差はない。しかし修正係数の確率分布の形を考慮に入れると，結果はかなり違ってくる。このような結果になるのは，Ang の方法は結果的にCornell の提案した安全性指標と同じ，平均値まわりの1次近似法に立脚しているからである。確かに修正係数の判断には主観的要素がかなり入らざるを得ないから，とりあえず平均値と標準偏差だけを取り入れるという考え方もある意味では納得できる。だがこのような形で予測の不完全さを考慮したことを，安易に評価することは避けるべきである。したがってこのような扱いをする場合には，できるだけ修正係数の確率分布に関する検討を十分してより妥当なものを用いて全確率分布安全性指標で評価することが望ましい。もしそのようなことが不可能なら修正係数の確率分布の形をパラメトリックに変化させて，やはり全確率分布安全性指標で評価して議論すべきであろう。

参考文献　1）Ang:Structural Risk Analysis and Reliability-Based Design,ASCE,Vol.99,ST9,1973.
2）Ang et al.:Probability Concepts in Egineering Planning and Design Vol II,Wiley,1984.　3）長尚，小山健：鉄筋コンクリート構造物設計法のコード・キャリブレーション，土木学会論文報告集，287 号