

防衛大学校土木工学教室 正 員○石川信隆

" 正 員 三原徹治

" 学生員 飯塚 稔

1. 緒言 崩壊モード相互の相関の影響を考慮した不静定次数の高い大規模構造物の信頼性解析を行うには、全ての可能な崩壊モードを見出すことが必要であり、またいくつかの崩壊モードを選んだとしても何個必要であり、どのように選択するかなど、いくつかの問題点が残っている。本研究は、上記の問題点をPNET法¹⁾を利用して解決することを試みるとともに、さらにこれを用いて破壊確率(塑性崩壊確率)を制約とした大規模な骨組構造物の最適信頼性設計法を開発したものである。なお、本研究では外力と部材強度は正規分布に従う確率量とし、設計変数はグループ化した部材の全塑性モーメントの平均値とした。

2. PNET法による信頼性解析 PNET法¹⁾(Probabilistic Network Evaluation Technique Method)による構造物の信頼性解析法とは、全ての崩壊モードを相関の影響を考慮していくつかのグループに分け、そのグループ内で崩壊確率の最大の崩壊モードを代表モードとして選び、構造全体の崩壊確率を $P_f = \sum_n P_{fn}$

(n =代表モードを示す記号、 P_{fn} =代表モードの崩壊確率)として評価するものである。まず第1代表モードは、最大の崩壊確率(最小の安全性指標 β)を有するモードであるので、崩壊機構条件および外力仕事为正であることを制約としたうえで、目的関数として β を最小にするように表-1の式(1)のように定式化される²⁾。

ただし、 $\bar{R} = \sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph} \cdot (\sum_{j \in h} |\theta_j|)$ = ある組合せモードの仮想内力仕事の平均値、 $\bar{S} = \sum_{k=1}^K \bar{e}_k \cdot t_k$ = 仮想外力仕事の平均値、 $\sigma R^2 = \sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph}^2 \cdot V_{mh}^2 \cdot (\sum_{j \in h} |\theta_j|)^2$ = 仮想内力仕事の分散、 $\sigma S^2 = \sum_{k=1}^K \bar{e}_k^2 \cdot V_{ek}^2 \cdot t_k^2$ = 仮想外力仕事の分散。ここに、 $\bar{e}_k, V_{ek}$ は基本モード k における作用外力のなす仮想仕事の平均値および変動係数、 $\bar{M}_{ph}, V_{mh}$ は部材 h の全塑性モーメントの平均値および変動係数、 t_k は基本モード k が組合せモードに関与する割合を示す係数、 k は基本モードの全数、 C_{kj} は基本モード k における節点 j の仮想回転角である。式(1)を解けば第1代表モードが $\theta_j^1 = \theta_j, t_k^1 = t_k$ として得られる。

表-1: 信頼性解析の基本式

既知数	$\bar{M}_{ph}, \bar{e}_k, C_{kj}, V_{mh}, V_{ek}$		
未知数	$\theta_j (j=1, 2, \dots, J), t_k (k=1, 2, \dots, K)$		
目的関数	$\beta_n = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma R^2 + \sigma S^2}} \rightarrow \min.$		(1a)
制約条件	$\theta_j = \sum_{k=1}^K t_k \cdot C_{kj} \quad (j=1, 2, 3, \dots, J)$		(1b)
	$\sum_{k=1}^K \bar{e}_k \cdot t_k > 0$		(1c)
	$\rho(n) = \frac{\text{Cov}(Z_n, Z)}{\sigma_{Z_n} \cdot \sigma_Z} < \rho_0 \quad (n=1, 2, \dots, N-1)$		(2)
	$P_f = \sum_n P_{fn} = \sum_n \Phi(-\beta_n)$		(3)

次に、第2代表モードは、第1代表モードとの相関係数が臨界相関係数 ρ_0 より小さな崩壊モードのうちに、崩壊確率が最大(安全性指標が最小)の崩壊モードである。よって、第 $N-1$ 代表モードまで得られたときの第 N 代表モードは、式(1)に表-1の式(2)のような $N-1$ 個の制約条件を付加して解くことにより得られる。

ただし、 $\text{Cov}(Z_n, Z) = \sum_{h=1}^H (\sum_{j \in h} \sum_{k=1}^K t_{nk} \cdot C_{kj}) \cdot (\sum_{j \in h} t_k \cdot C_{kj}) \cdot \bar{M}_{ph}^2 \cdot V_{mh}^2 + \sum_{k=1}^K t_{nk} \cdot t_k \cdot \bar{e}_k^2 \cdot V_{ek}^2$,
 $\sigma_{Z_n}^2 = \sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph}^2 \cdot V_{mh}^2 \cdot (\sum_{j \in h} \sum_{k=1}^K t_{nk} \cdot C_{kj})^2 + \sum_{k=1}^K t_{nk}^2 \cdot \bar{e}_k^2 \cdot V_{ek}^2$,
 $\sigma_Z^2 = \sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph}^2 \cdot V_{mh}^2 \cdot (\sum_{j \in h} \sum_{k=1}^K t_k \cdot C_{kj})^2 + \sum_{k=1}^K t_k^2 \cdot \bar{e}_k^2 \cdot V_{ek}^2$.

ここに、 $\rho(n)$ は第 n 代表モードとそれ以外のモードとの相関係数、 ρ_0 は臨界相関係数を示す。よって、第 n 代表モードの崩壊確率 $P_{fn} = \Phi(-\beta_n)$ が第1代表モードの崩壊確率に対し十分小さくなったとき解析を終了することになり、最終的に第 s 回目の構造物の崩壊確率 P_f^s は表-1の式(3)で算定される。ここに、 β_n は第 n 代表モードの安全性指標、 Φ は標準正規分布関数を示す。

3. 最適信頼性設計 PNET法に基づく最適信

表-2: 最適信頼性設計の基本式

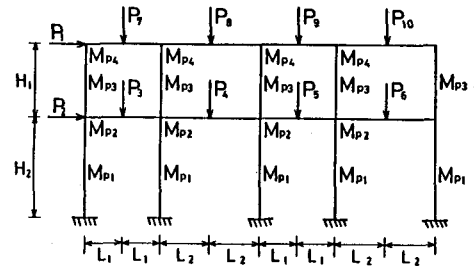
信頼性設計は、第 n 代表モードの崩壊確率の和 ($P_f = \sum_{n=1}^N P_{fn}$) が許容崩壊確率 (P_{fa}) を超えないように制約したうえで、目的関数として重量を最小にするように選べば、表-2の式(4) のように定式化される。ここに、式(4a)は構造物の全重量が最小になることを、式(4b)は基本モードの

未知数 : $\bar{M}_{ph}$ 目的関数 : $W = \sum_{h=1}^H L_h \cdot \bar{M}_{ph} \rightarrow \min.$ (4a)制約条件 : $\beta^0 = \Phi^{-1}(1 - \sum_{k=1}^{K_e} P_{fk}) \geq \beta_a = \Phi^{-1}(1 - P_{fa})$ (4b)
$$\beta^s = \Phi^{-1}(1 - \sum_{n=1}^N P_{fn}) \geq \beta_a = \Phi^{-1}(1 - P_{fa})$$

$$(s=1, 2, \dots, i-1, i < s) \quad (4c)$$

和のみを考慮した安全性指標 β^0 が許容安全性指標 β_a 以上であることを、式(4c)は第 s 回目の信頼性解析で得られる安全性指標 β^s が許容安全性指標 β_a 以上であることを示している。 s は信頼性解析の回数を、 i は信頼性設計の回数を、また L_h は設計変数 $\bar{M}_{ph}$ に対応する部材長を示す。以上の諸式を用いて最適信頼性設計を行うには設計と解析の繰返しとなるが、解析で $P_f \leq P_{fa}$ ($\beta^s \geq \beta_a$) のとき計算を終了する。

4. 計算例 図-1に示す2層4スパンラーメンの例を示す。初期設計として図-2の $i=1$ に示す基本モード ($k=1, 2, \dots, 10$) の和により設計を行う。以下繰返し手法の手順によって、設計と解析を繰返すと、代表モードが図-2の $s=1, 2, 3$ のように求められ、図-3のように3回目の解析計算で収束する。最終の設計結果は表-3のようになり、相関の影響を無視した解²⁾と比較すると本法は重量で約8%の増大が認められる。



$P_1 = N(100t, 16t)$ $L_1 = 1.2m, L_2 = 1.8m$
 $P_2 = N(120t, 18t)$ $H_1 = 2.0m, H_2 = 2.4m$
 $P_3 = P_4 = N(40t, 4t)$ $V_{mh} = 0.1 (h=1, 2, 3, 4)$
 $P_4 = P_5 = N(60t, 6t)$ $P_{fa} = 10^{-4}$
 $P_7 = P_8 = N(20t, 2t)$ $\beta_0 = 0.90$
 $P_9 = P_{10} = N(30t, 3t)$

図-1: 2層4スパンラーメン

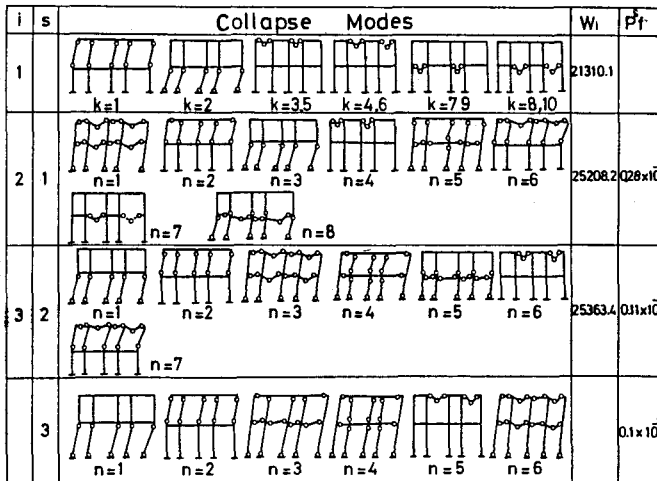


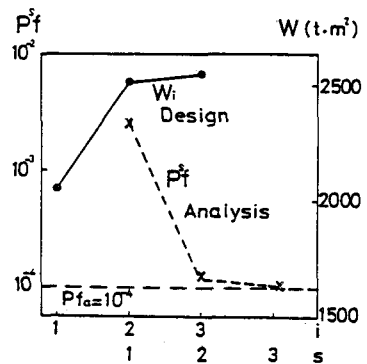
図-2: 基本モードと代表モード

5. 結語 本法により相関の影響を考慮した大規模な構造物の最適信頼性設計が全ての崩壊モードを考慮することなく、可能となった。

表-3: 最終の設計結果

	Mp1 tm	Mp2 tm	Mp3 tm	Mp4 tm	W tm ²
Present	89.10	57.41	40.31	31.26	25363.4
Ref. 2)	87.76	55.33	38.67	26.98	24155.74

参考文献 1) Ang, H-S and Ma, H-F: On the Reliability of Framed Structure, Proc. of the Speciality Conference of Reliability, ASCE, Tuscon, Arizona, pp.106-119, 1979. 1. 2) 三原他: 安全性指標を制約とした骨組構造物の最適塑性設計, 構造工学論文集, Vol.32A, pp.475-483, 1986. 3.

図-3: 全重量 W_i , 崩壊確率 P_f と繰返し回数 i, s との関係