土木学会第41回年次学術講演会（昭和61年11月）

I-132　単一変位制約下の最適弾塑性設計に関する一考察

防衛大学校土木工学教室　正　員○三原　徹治
〃　正　員　石川　信隆
九州大学工学部土木工学教室　正　員　太田　俊昭

１．緒言　一般に、構造物は地震や過荷重を受けるとき、時に弾性限界を越えた大きな変形（弾塑性変形）を生ずることがあり、場合によっては弾塑性変形によって構造物の終局限界状態が決定されることもある。著者らは先にトラス構造を対象として逐次線形計画法（ＳＬＰ）による最適弾塑性設計法[1]を提示し、この手法で設計された構造物を後で弾塑性増分解析することによって、構造物の特性を把握した。しかしながら、構造物が大規模になると計算容量や計算時間の点でいくつかの制限を受けざるを得なかった。

本研究は、このような観点から、上記構造物の特性[1),2)]に着目し、ホロノミック解析[3)]を利用した極めて効率的な最適弾塑性設計法を提示するもので、将来、大規模な骨組構造への適用を企図するものである。

２．最適弾塑性設計された構造物の特性　一般に、最適弾塑性設計された構造物を弾塑性増分解析すると、図-1および 2に示すように最適塑性設計された構造物の挙動と最適弾性限界設計された構造物の挙動のちょうど中間の挙動を示すことが認められている[1),2)]。すなわち、図-1は荷重Ｐと節点変位ｕｊ との関係を、また図-2は荷重Ｐとある部材端に生ずる塑性変形λh との関係を示したものである。よって、荷重Ｐを媒介として節点変位ｕｊ と塑性変形λh との関係を結びつけると図-3に示すような線形関係が得られることがわかる。ここで、図-3のⒺ点は終局荷重レベルにおける最適弾性限界設計された構造物の最大変形量（節点変位$u^E j$と塑性変形$\lambda^E h=0$）を、Ⓟ点は最適塑性設計された構造物の最大変形量（節点変位$u^P j$と塑性変形$\lambda^P h$）を表わしている。したがって、Ⓔ点とⓅ点を結ぶ線上は最適弾塑性設計された構造物に生ずる最大変形量（節点変位$u^{EP}j$と塑性変形$\lambda^{EP}h$）を意味することになる。すなわち、$\lambda^E h=0$を考慮して図-3を式で表わせば次のようになる。

$$\lambda^{EP}h=\{(u^{EP}j-u^E j)/(u^P j-u^E j)\}\lambda^P h \quad \cdots\cdot(1)$$

ここに、$u^E j$, $u^{EP}j$, $u^P j$はそれぞれ最適弾性限界設計、最適弾塑性設計および最適塑性設計された構造物に生ずる着目点ｊの最大節点変位であり、また$\lambda^E h$, $\lambda^{EP}h$, $\lambda^P h$はそれぞれ同上に生ずる部材要素端ｈの最大塑性変形である。なお、式(1) の特性は別途数学的にも証明できることが認められた。

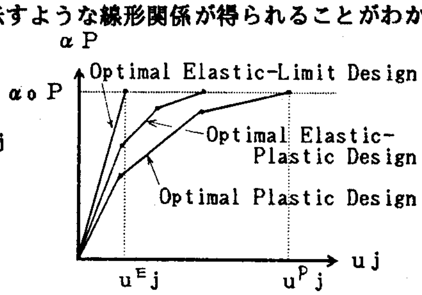

図-1荷重Ｐと節点変位ｕｊ との関係

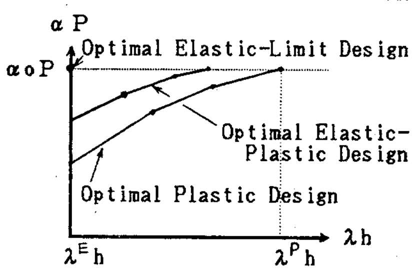

図-2荷重Ｐと塑性変形λh との関係

３．ホロノミック解析による弾塑性変形　ホロノミック解析とは、全変形理論に基づき過去の履歴とは無関係にある荷重レベルでの弾塑性変形を求めるもので、最大弾塑性変形が生ずるある着目点ｊの節点変位$u^{EP}j$は次式のように表わされる[3)]。

$$u^{EP}j=\mathbb{P}_o^T\,\mathbb{K}e^{-1}\,(\alpha_o\,\mathbb{F}+\mathbb{C}^T\mathbb{k}\,\mathbb{N}\,\boldsymbol{\lambda}^{EP}) \quad \cdots\cdot(2)$$

ただし、$\mathbb{F}$は外力ベクトル、$\mathbb{C}$は適合マトリックス、$\mathbb{N}$は降伏面における単位外向法線マトリックス、$\mathbb{k}$は集合剛性マトリックス、$\mathbb{K}e=\mathbb{C}^T\mathbb{k}\,\mathbb{C}$、$\alpha_o$ は設計荷重係数、$\boldsymbol{\lambda}^{EP}$は塑性乗数ベクトル（実質的な塑性変形量）、$\mathbb{P}o$ はｊ番目の要素のみが１で他の要素は

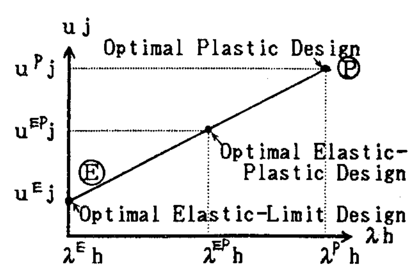

図-3節点変位ｕｊ と塑性変形λh との関係

すべて0であるベクトルで、肩字Tは転置を意味する。

4．単一変位制約下の最適弾塑性設計法　ここでは、単一の荷重条件を受ける構造物を考え、単一の等号変位制約 $u^{EP}j = ua$（許容変位）を満足させるように最適な設計変数 $\mathbb{X}^{EP}$ を求める方法を以下に説明する（図-4参照）。(1) まず与えられた荷重の下で最適塑性設計を行い、設計変数 $\mathbb{X}^{P}$ を求める。(2) この $\mathbb{X}^{P}$ に対して終局荷重レベル（α_0 $\mathbb{F}$）でのホロノミック解析を行い、最大変位 $u^{P}j$ および最大塑性変形 $\lambda^{P}b$ を求める。(3) 次に同じ荷重レベル（α_0 $\mathbb{F}$）の下で最適弾性限界設計（ここではVenkayya[4] の方法を用いた）を行い、設計変数 $\mathbb{X}^{E}$ を求める。(4) この $\mathbb{X}^{E}$ に対して弾性解析を行い、最大節点変位 $u^{E}j$ を求める。(5) ここで、式(1) および式(2) を用いて次のようなスケーリングを行うことにより最適弾塑性設計時の設計変数 $\mathbb{X}^{EP}$ を求める。

$$X^{EP}i = (ua/u^{EP}j)^{n}\ \widetilde{X}^{EP}i \qquad \cdots\cdots(3)$$

ただし、$n = 1$ （$X^{E}i \leq X^{P}i$） or -1 （$X^{E}i > X^{P}i$）

また、$\widetilde{X}^{EP}i$ は前段階における設計変数（既知数）である。よって、式(3) の解が収束または $u^{EP}j = ua$ を満足したときをもって計算を終了する。

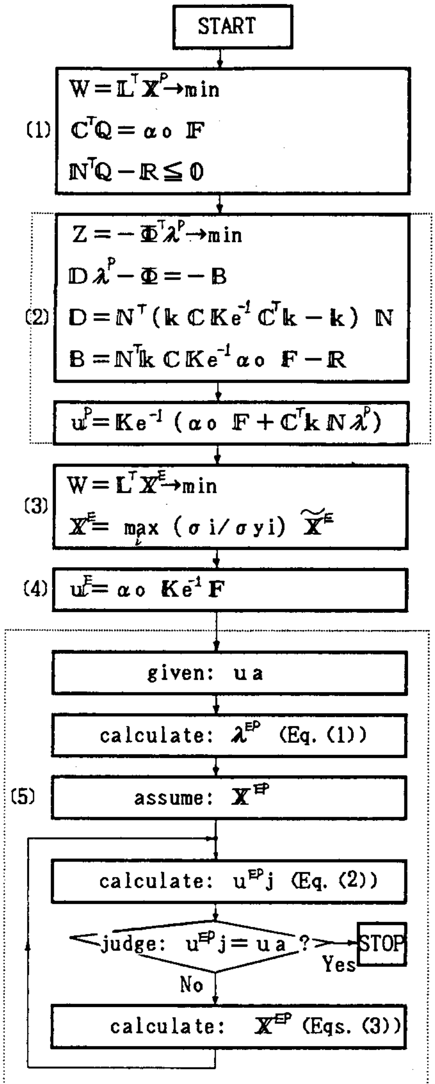

図-4設計フローチャート

5．計算例　いま図-5に示す門型ラーメンに水平終局荷重が作用するときの最適弾塑性設計を4．で述べた方法で行う。図-6は許容変位量 ua と設計変数 Xi または全重量Wとの関係を示したもので、この数値計算結果は文献1)の手法による解とほぼ完全に一致した。また計算時間は本法の方が約1／5に短縮できることが認められた。

6．結言　本法は、従来の最適弾塑性設計[1),2)] による構造特性に着目し、ホロノミック解析を利用した効率的な設計法を提示したもので、大規模な構造物や組合せ応力を受ける場合についても応用可能と思われる。

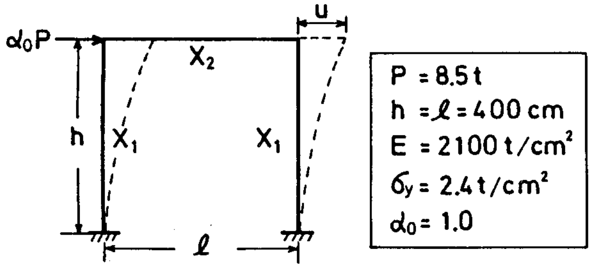

図-5門型ラーメン

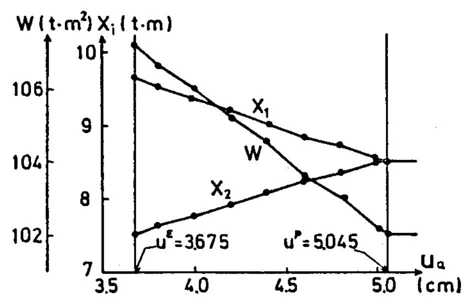

図-6設計結果

[参考文献] 1)石川ら：降伏部材選択方式によるトラス構造物の最適弾塑性設計法に関する一考察，土論，第350 号，1984. 10.　2)三原ら：弾塑性変位制約を考慮した骨組構造物の最適塑性設計，第13回関東支部講演概要集，1986. 3.　3)北小路ら：ＬＣＰによる構造物のホロノミック弾塑性解析，第13回関東支部講演概要集，1986. 3.　4)山田ら監訳：最適構造設計ー概念・方法・応用ー，pp. 87-90，1983. 10.