I-127　はり構造の最小重量設計に関する一考察

室蘭工業大学　学生員　吉岡修治
室蘭工業大学　正　員　杉本博之

1．まえがき

骨組構造物の最小重量設計法は、断面寸法の決定が合理的になされて初めて実用のものとなる。トラス構造物においては、部材断面レベルの最適化に最大荷重設計法の概念を応用することにより、許容応力度と部材断面積の無数の関係式を近似することなしに、設計変数を部材断面積のみとし、断面寸法を合理的に決定できた[1) 2)]。

一方、格子構造、ラーメン構造および連続桁構造等のはり構造は、構造物の主構造あるいは構造部分として良く用いられるが、その最小重量設計においては、有効なサブオプティミゼーションの概念は確立されておらず、断面2次モーメントと断面積の間に何等かの関係式を近似するか、断面寸法を設計変数として最適化がなされていた。

しかし、筆者の一人がすでに発表しているように[3)]、ねじれ剛性を無視できる格子構造の最小重量設計においては、各部材毎に断面2次モーメントのみを設計変数とすることができ、かつ断面寸法を合理的に決定できた。そこでは、許容応力度は一定であり、腹板高は部材毎に最適値が選ばれていたが、変位等の剛性に関する制約条件が無視できれば、制約条件付の最適化問題が、何等の仮定・近似の関係なしに無制約の最適化問題に変換された。さらに、板厚を離散値として扱える可能性も示唆された。

本文では、それらの理論をさらに前進させて、許容応力度が断面寸法の関数であり、部材の腹板高が設計変数として独立する場合のはり構造の最小重量設計の理論について、その概要を説明する。

2．はり構造の最小重量設計の定式化

はり構造の各部材の断面を、右図のように上下・左右対称のI形断面とすると、はり構造の最小重量設計問題は、以下のように定式化される。

目的関数　：　$\sum_{i=1}^{n} \rho \cdot \ell_i \cdot A_i(b_i, t_i, h) \longrightarrow \min$　（1）

制約条件式　：　$\sigma_i(b_i, t_i, h) \leq \sigma_{ai}(b_i, t_i, h)$

$b_i \geq b_\ell$,　$t_i \geq b_i/32$,

$t_\ell \leq t_i \leq t_u$;　$(i=1, n)$　（2）

$\delta(b_i, t_i, h) \leq \delta_a$　（3）

設計変数　：　b_i, t_i　$(i=1, n)$, h

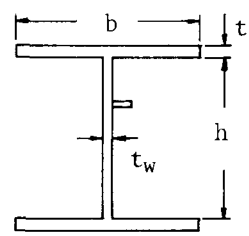

Fig.1 Beam section.

ここで、ρ；単位体積重量、ℓ_i、A_i、σ_i、σ_{ai}：それぞれ、i部材の部材長、断面積、曲げモーメントによる垂直応力度、許容応力度、b_ℓ：最小フランジ幅、t_ℓ、t_u：最小及び最大フランジ板厚、n：部材数である。

この原問題は、以下のように、構造レベルの最適化と部材断面レベルの最適化に分けることができる。

・構造レベルの最適化の定式化

目的関数　：$\sum_{i=1}^{n} \rho \cdot \ell_i \cdot A_i(I_i, h) \longrightarrow \min$　（4）

制約条件式　：　$h_{\ell i}(I_i) \leq h \leq h_{ui}(I_i)$

;　$(i=1, n)$　（5）

$\delta(I_i) \leq \delta_a$　（6）

設計変数　：　I_i　$(i=1, n)$, h

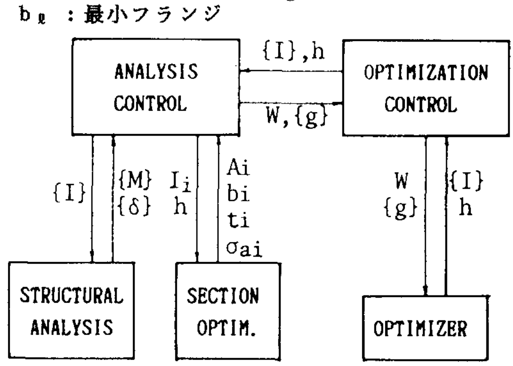

Fig.2 Structure of beam optimization.

・部材断面レベルの最適化の定式化

目的関数 ： $A_i = 2 b_i \cdot t_i + t_w \cdot h \longrightarrow \min$ （7）

制約条件式： I_i , $h \longrightarrow$ given

$\sigma_i \leqq \sigma_{ai}$ （8）， $b_i \geqq b_\ell$ （9）

$t_i \geqq b_i /32$ （10）， $t_\ell \leqq t_i \leqq t_u$ （11）

設計変数 ： b_i ， t_i

腹板高hが、各部材毎に最適値をとれる場合は、式(5)の制約条件式を考慮する必要はないが、ここではhを独立した設計変数として考慮しているため、最適化の過程で、hの値が部材断面レベルの最適化問題の許容領域（$h_\ell \leqq h \leqq h_u$）外にあることがある。そのため、式(5)を考慮する必要がある。

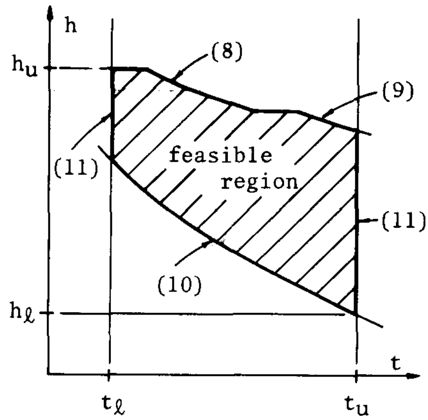

Fig.3 Feasible region of section optimization.

Fig. 2は、はり構造の最小重量設計を、「構造解析」、「部材断面レベルの最適化」及び「オプテマイザー（構造レベルの最適化）」の3つの部分に分け、それらの間の情報の流れを示したものである。

なお、腹板厚t_wは、水平補剛材の本数及び鋼種毎に定められた最小板厚（あるいは9㎜）としている。

3．部材断面レベルの最適化

上記の部材断面レベルの最適化は、以下のようになされる。簡単のために、iは省略する。

断面二次モーメントIが与えられると、フランジ幅bは、

$$b = (12I - t_w h^3) / 6t(h+t)^2 \tag{12}$$

となるので、断面積Aは次式で計算される。

$$A = (12I - t_w h^3) / 3(h+t)^2 + t_w h \tag{13}$$

ここで、I、t_w、hはすべて一定であるので、Aを最小にするtは許される最大値となる。

Fig. 3は、部材断面レベルの最適化の設計空間を表す図である。そこでは、式(8)を満足するtの上限値$t_u^{(1)}$、式(9)を満足するtの上限値$t_u^{(2)}$が、与えられたhに応じて計算され、それらとt_uの大小関係より最適なtが容易に求められる。与えられたhがh_uより大きい場合、あるいはh_ℓより小さい場合は、可能解は存在しない。その時、前者の場合は $t = \max(t_\ell^{(1)}, t_\ell)$、後者の場合は$t = t_u$とし、b等の必要な値を計算する。ここで、$t_\ell^{(1)}$は式(10)を満足するtの下限値である。

この部材断面レベルの最適化においては、結局tのみが独立変数となるので、その離散値のみを考慮することも可能である。

4．あとがき

有効なサブオプティミゼーションの手法がなかったはり構造の最小重量設計において、構造レベルの最適化の設計変数を断面二次モーメント、部材断面レベルの最適化を、断面二次モーメント一定の下で断面積を最小にする断面寸法の決定とすることにより、構造レベルの最適化の設計変数及び制約条件式の数を減少させることができる。この結果、最適化の過程で要する構造解析の回数を減少させることができ効率化が計れる。また、この理論は、振動に関する制約条件がある場合にも応用が可能である[4]。

計算例は、当日発表の予定である。

参　考　文　献

1）杉本博之：任意形状の断面よりなるトラス構造物の最小重量設計、第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、1985.　2）杉本博之：トラス構造物の最小重量設計の一般化について、土木学会第40回年次学術講演会講演概要集、1985.　3）杉本博之：格子構造の効率的最小重量設計について、第10回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、1986.　4）杉本博之・梶川康男・大橋裕嗣：振動感覚を考慮した歩道橋の最小重量設計について、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集、1986.