

I-125

規格材料を部材とする構造物の最適設計

国士舘大学 工学部 正員 菊田 征勇
 東京電機大学 理工学部 正員 松井 邦人
 東洋大学 工学部 正員 新延 泰生

1. まえがき 離散的な材料の集合の中から種々の制約条件を満足する部材の組合せを求める場合には、目的関数を最小化する組合せが唯一ではなく複数求められれば、部材選抜上の自由度は広がり、設計者にとって実用面で非常に好ましい事である。今回 J I S に規定された鋼管を部材として用いるトラスの最小質量設計を行い、制約条件を満足する部材の組合せを幾つか選びだす手法を示す。この手法は2段階に分れる。第1段階は、連続変数として最小質量設計を行い、最小値および最適断面を見いだす。第2段階は、これらの値を基にして、目的関数(コスト)および部材断面の上限、下限を制約条件に加え、更に在庫量の制約も考慮して、規格材料の多数の組合せの中から、制約条件を満足する材料の組合せを複数組見いだす。

2. 最適化問題の定式化 連続変数として扱う第1段階および離散変数として扱う第2段階は、次のように定式化される。

第1段階 (bは連続変数)	第2段階 (bは離散変数)
目的関数 $\phi_0 \rightarrow$ 最小化 (1)	目的関数 ϕ_0 (1')
剛性方程式 $K(b) = Q$ (2)	剛性方程式 $K(b) = Q$ (2')
制約条件 $\phi_i(b, x) \leq 0$ (3)	制約条件 $\phi_i(b, x) \leq 0$ (3')
($i = 1, 2, \dots, p_1$)	($i = 1, 2, \dots, q_1$)
$\phi_i(b) \leq 0$ (4)	$\phi_i(b) \leq 0$ (4')
($i = p_1 + 1, \dots, p_2$)	($i = q_1 + 1, \dots, q_2$)

ここに、 $b = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T$ は設計変数、 $x = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$ は状態変数、 K は $n \times n$ の剛性マトリックス、 Q は $n \times 1$ の外力ベクトルである。式(3)および(3')は応力および変位に関する制約である。式(4)は細長比に関する制約である。式(4')は、コストおよび部材断面の上限、下限、在庫量および細長比に関する制約である。

3. 計算例 図1に示す3部材トラスおよび図2に示す10部材トラスの計算例を示す。使用した

鋼管は、表1に示すように、JIS G 3444の中から断面積 b_i の増加とともに断面2次モーメント I_i が増加する組合せを選んだ。材質はSTK 41で、ヤング係数 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、質量 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ である。断面番号1-5の在庫量はそれぞれ0.5t、6-10は1t、11-16は2t、17-22は3tとした。許容応力は、引張、圧縮共に 1400 kgf/cm^2 で、許容座屈応力は、オイラー座屈応力/1.7である。細長比は、引張部材は200以下、圧縮部材は120以下とした。

連続変数の場合、 $I_i = \alpha b_i^2$ とし、表1から $\alpha = 3.5614$ とした。変位制約は考えていない。また3部材トラスは2グループに、10部材トラスは6グループに分けている。

i) 3部材トラス 連続変数の場合の結果を表2に示す。これを基に、グループ1および2共に、部材は断面番号10-15の中から選ぶことにする。 b_2 を

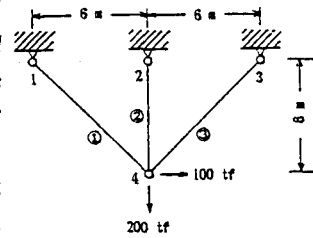


図1 3部材トラス

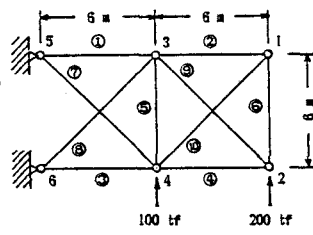


図2 10部材トラス

表1 鋼管断面 (SKT41)

断面番号	断面積 (cm ²)	断面2次モーメント (cm ⁴)
1	11.17	172
2	15.40	357
3	19.13	438
4	22.72	734
5	26.32	1144*10
6	29.94	168*10
7	39.61	219*10
8	49.27	421*10
9	58.91	719*10
10	69.13	105*10 ²
11	87.36	132*10 ²
12	98.00	147*10 ²
13	112.4	222*10 ²
14	126.7	318*10 ²
15	141.1	439*10 ²
16	155.5	588*10 ²
17	167.1	730*10 ²
18	198.5	122*10 ³
19	227.3	184*10 ³
20	301.9	242*10 ³
21	340.2	346*10 ³
22	378.5	479*10 ³

固定して b_1 を下限から上限に向かって動かし、コストの上限を越えた場合には、 b_1 は下限に戻し b_2 を1つ進めるといいう方法で、 $6 \times 6 = 36$ 通りの組合せをチェックした。コストの上限を変えた場合の状況を表3に示す。コストの上限が10%増の結果を表4および図3に示す。

ii) 10部材トラス 連続変数の場合の結果を表5に示す。これを基に、グループ1は断面番号18-22、2は10-14、3は4-8、4は7-10、5は14-19、6は13-17の中から選ぶ。 $5 \times 5 \times 5 \times 4 \times 6 \times 5 = 15000$ 組の中から、コストの上限を変えた場合の状況を表6に示す。

4. まとめ 以上の結果に示すように、2段階の操作で、制約条件を満足する規格材料の組合せを幾つか求めることができた。

最初に可能解から出発して、断面が減少する方向に、次いで増加する方向にサーチし、非可能解に達したらサーチをうち切るようにすれば、応力解析をする回数もさらに減少しもっと効率が良くなると思われる。なお、第1段階の最適値および最適断面はそれほど正確に求める必要はない。

表2 3部材トラス（連続変数）

グループ	断面積 (cm ²)	部材	圧縮引張	作用応力許容応力
1	91.75	1	引張	1.000
		3	圧縮	0.101
2	94.02	2	引張	0.899
cost		1665.15 kg		

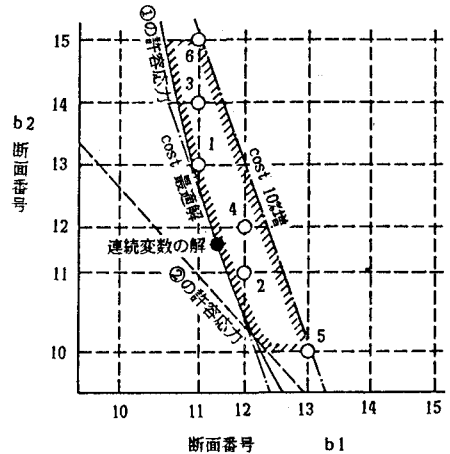


図3 3部材トラスの断面の組合

表3 3部材トラスの断面の組合せの数

costの下限 (kg)	costの上限 (kg)	考慮した組合せの数	応力解析をした回数	条件を満足する組合せの数
1665.15 (連続変数の場合の最適値)	1748 (5%増)	18	2	2
	1832 (10%増)	22	6	6
	1915 (15%増)	25	9	9
	1998 (20%増)	27	11	11
	2082 (25%増)	29	12	12

表4 3部材トラスの断面の組合せ (10%増)

番号	グループ	断面番号	部材	作用応力許容応力	同一断面の質量 (kg)	全質量 (kg)
1	1	11	1	0.908	1163.8	1693.2
			3	0.168		
	2	13	2	0.820	529.4	
2	1	12	1	0.971	1305.5	1717.0
			3	0.059		
	2	11	2	0.912	414.5	
3	1	11	1	0.957	1163.8	1760.6
			3	0.199		
	2	14	2	0.758	596.8	
4	1	12	1	0.942	1763.1	1763.1
			3	0.088		
	2		2	0.854		
5	1	13	1	0.930	1497.4	1823.0
			3	※ 0.031		
	2	10	2	0.961	325.6	
6	1	11	1	0.930	1163.8	1828.4
			3	0.226		
	2	15	2	0.704	664.6	

※ 引張応力

表5 10部材トラス（連続変数）

グループ	断面積 (cm ²)	部材	圧縮 引張	作用応力 許容応力
1	257.06	1	圧 縮	0.945
		3	引 張	1.000
2	91.08	2	圧 縮	0.569
		4	引 張	1.000
3	29.87	5	圧 縮	0.302
4	52.17	6	圧 縮	0.993
5	161.50	7	圧 縮	1.000
		8	引 張	0.873
6	128.80	9	圧 縮	1.000
		10	引 張	0.569
cost		7533.20 kg		

表6 10部材トラスの断面の組合せの数

costの下限 (kg)	costの上限 (kg)	考慮した組合せの数	応力解析をした回数	条件を満足する組合せの数
7533.20 (連続変数の場合の最適値)	7910 (5%増)	8178	536	0
	8287 (10%増)	10634	970	12
	8663 (15%増)	12603	1277	53