I-124　離散変数による柱の最適設計

東洋大学　正員　○新延泰生
東京電機大学　正員　松井邦人
国士舘大学　正員　菊田征勇

1. まえがき

構造物の最適化問題は、構造物の形状の最適化、構成部材の最適剛性配分および部材断面の最適化と幅広く取扱われているが、用いられる最適化の手法のほとんどは連続な設計変数を対象としている。整数変数を対象とする最適化手法として、整数計画法、混合整数計画法などがあるが、手法として確立されているものは線形問題に限られており、非線形問題として定式化される場合が多い構造物の最適化問題には適用が困難である。

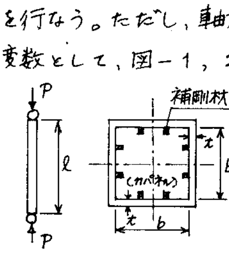
連続な設計変数を対象とする場合は、変数を無次元化することにより最適解に一般性を持たせることができる利点があるが、一方で、とくに部材断面の最適化で規格の板厚を使用する場合には、連続な最適解から離散的な最適解を求める必要が生じる。本研究では箱形断面柱を例にとり、板幅，板厚などを連続変数として取扱った最適解をもとにして、板幅および板厚として離散的な数値を考える場合の最適断面を求める一つの方法を述べる。ここで使用する最適化手法は、組合わせ法による探索手法の一つのBacktrack 法である。

2. Backtrack 法[1),2)]

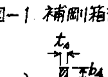
Backtrack法は Walker, R.J. の論文[3)]で最初に説明された後、Lewis および Annamalai 等による溶接プレートガーダーの費用最適化[2)]，Farkas 等によるハイブリッドI桁の費用最適化[1)]などに適用され、その有効性が述べられている。とくにFarkasは、文献1)で、比較的設計変数の数が少ない鋼構造部材の最適設計問題にBacktrack 法を適用し、実用的な解を示していることは注目される。Backtrack 法は組合わせ法による探索手法の一つで、離散変数を含む非線形の制約問題に適用が可能であり，とくに設計変数の数が少ない場合には効率的に解が得られる。離散設計変数のとり得る値の全組合わせに対して評価関数を計算し比較する exhaustive な探索方法は、組合わせの数が少ない場合は適当な方法と言えるが、組合わせ数が多くなり、その中から離散的な最適解を一つ探し出すことは計算コストのうえから避けねばならない。Backtrack 法は、探索方法として二分法（interval halving method）を用いて、各探索過程で評価関数を修正しながら効率的に最適離散解に収束させる手法である。

3. 箱形断面柱の最適化問題[4)]

図－1に示すような正方形2軸対称断面を有する一様な補剛箱形断面柱の断面最適化を行なう。ただし，軸方向補剛材はフランジおよびウエブに等間隔にかつ同数配置されているものとする。設計変数として，図－1，2に示されている，フランジ，ウエブの固定縁間距離b，板厚tおよび補剛材の断面積$A_s=b_s t_s$をとり，パネル数はここでは与えられるものとする。補剛材は，図－1の箱形断面の断面諸量を算定するに際して，フランジおよびウエブの板厚の中心に集中して付加されているものとする。最適化問題は以下のように定式化される。



図－1 補剛箱形断面柱



図－2 軸方向補剛材

評価関数 ； 断面積 $A=4bt+4(n-1)A_s$ → 最小化

制約条件 ； 1) 最小板厚の条件，

2) 作用応力度 $\sigma=P/A$ は許容応力度 σ_{ca} 以内，

3) 補剛材の断面積比 $\delta_\ell=A_s/(bt)$ は $1/(10n)$ 以上，

4) 補剛材の必要剛比の条件。

許容応力度σ_{ca}は、道路橋示方書に規定されている、局部座屈を考慮した柱の許容応力度を考え、次のように示される[5]。

$$\sigma_{ca} = \sigma_{cag} \cdot \sigma_{cal} / \sigma_{cao} \tag{1}$$

ここで

$$\sigma_{cag} = \begin{cases} \sigma_y / 1.7 & : \bar{\lambda} \leqq 0.2 \\ (1.109 - 0.545\bar{\lambda})\sigma_y / 1.7 & : 0.2 < \bar{\lambda} \leqq 1.0 \\ \dfrac{1}{0.773 + \bar{\lambda}^2} \sigma_y / 1.7 & : 1.0 < \bar{\lambda} \end{cases} \tag{2}$$

$$\sigma_{cal} / \sigma_{cao} = \sigma_{cr} / \sigma_y = \begin{cases} 1.0 & : R_R \leqq 0.5 \\ 1.5 - R_R & : 0.5 < R_R \leqq 1.0 \\ 0.5 / R_R^2 & : 1.0 < R_R \end{cases} \tag{3}$$

ただし

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{l}{r} \tag{4}$$

$$R_R = \frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\mu^2)}{\pi^2 k_R}} \tag{5}$$

σ_y ： 降伏応力度
E ： 弾性係数
μ ： ポアソン比
k_R ： 両縁支持板の座屈係数
$k_R = 4n^2$ (n ：パネル数)

問題の一般性を保つために、次のような無次元化設計変数を導入すると、

$$x_1 = l/b, \quad x_2 = b/t, \quad x_3 = \delta_l = A_s/(bt) \tag{6}$$

上述の最適化問題は以下のように表わせる。

評価関数 ； $A/l^2 = 4\{1+(n-1)x_3\}/(x_1^2 x_2) \rightarrow$ 最小化 (7)

制約条件 ； $x_2 - C \cdot n \leqq 0$ (8)

$P x_1^2 x_2 / [4\sigma_y l^2 \{(1+(n-1)x_3\}] - \sigma_{ca}/\sigma_y \leqq 0$ (9)

$1/(10n) - x_3 \leqq 0$ (10)

(4), (5)式の$\bar{\lambda}$, R_Rは次式で示される。

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\sigma_y}{\pi^2 E}}\sqrt{\frac{48 n x_1^2\{1+(n-1)x_3\}}{8n+(7n-2)(n-1)x_3}}, \quad R_R = \sqrt{\frac{\sigma_y}{\pi^2 E}}\sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{4n^2}} \tag{11), (12}$$

4. 最適離散解

ここでは、3. で定式化された問題の最適連続解をもとにして、b, t, b_s, t_sとして離散値をとる場合の最適離散解を求める。離散値として、板厚t, t_sは、0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.9cm の9種類の規格値より選択するものとする。またb, b_sは、$b_l \leqq b \leqq b_u$, $\Delta b = 2cm$, $b_{sl} \leqq b_s \leqq b_{su}$, $\Delta b_s = 0.5cm$の範囲の離散値をとるものとする。数値計算例として、パネル数$n=2$, 材質SM41の場合の結果を以下に示す。

1) 最適連続解

P (tf)	l (m)	x_1	x_2	x_3	b (cm)	t (cm)	$A_s = b_s \cdot t_s$ (cm²)	A (cm²)
400	20	27.413	56.244	0.05	72.96	1.297	4.731	397.4
640	8	10.078	56.244	0.05	79.38	1.411	5.600	470.4

2) 最適離散解

P (tf)	l (m)	b_l (cm)	b_u (cm)	b_{sl} (cm)	b_{su} (cm)	b (cm)	t (cm)	b_s (cm)	t_s (cm)	A (cm²)	探索回数/全組合わせ数
400	20	65.0	81.0	2.5	6.5	73.0	1.3	5.5	1.3	408.2	230/6561
640	8	70.0	86.0	2.5	6.5	78.0	1.4	6.5	1.4	473.2	167/6561

5. あとがき

設計変数の数が比較的少ない部材断面の最適化などに対しては、少ない探索回数で最適離散解を得ることができ、Back track 法の有効性が示された。最後に、数値計算で生井，松崎両君の助力を得たことを附記します。

1) Farkas : Optimum Design of Metal Structures, Ellis Horwood Series, 1984.
2) Annamalai, Lewis and Goldberg : Cost optimization of welded plate girders, J. Struct. Div. Proc. ASCE, 1972.
3) Walker : An enumerative technique for a class of combinatorical problems, Proc. Symposia in Appl. Math. 1960.
4) 新延・松井：道路橋示方書にもとづく箱形断面柱の最適化，土木学会，関東支部，1984. 1.
5) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，1980. 2.