

関西大学工学部 正会員 三上市藏
 関東洋情報システム 正会員 〇三浦泰夫

1. まえがき 初期不整としての初期たわみを有するプレートガーダー腹板に動的な面内荷重が作用する場合、荷重の値が小さい範囲でも面外方向に横振動が生じ、騒音や疲労亀裂の原因となることが知られている。このような問題に関する研究には、解析的手法により動的不安定領域を明らかにした研究¹⁾、幾何学的非線形性を考慮した応答解析²⁾、初期たわみを考慮した有限要素法による非線形応答解析³⁾等がある。ここでは、同様の問題について初期曲げ荷重による静的変形およびフランジによる弾性拘束を考慮して、幾何学的非線形理論を若干簡略化して適用し、差分法により解析を行ったので、ここに報告する。

2. 基礎式および境界条件式 図-1に示すように初期曲げ荷重 M_0 を受けて静的に変形している状態で変動曲げ荷重 M_t を受ける腹板について解析する。座標系を図-1に示すように、断面力および変位の正の方向を図-2のようにそれぞれ設定し、面内の振動を無視すれば腹板の運動方程式は次式ようになる。

$$N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \quad (1), \quad N_{y,y} + N_{xy,x} = 0 \quad (2)$$

$$M_{xx,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{yy,yy} + N_x w_{,x} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,y} = \rho h w_{,tt} \quad (3)$$

ここに、 $w = w_1 + w_0$ 、 w_1 と w_0 ：付加および初期面外たわみ、 ρ ：密度である。また、断面力-変位の関係式は、付加たわみ w_1 に関する非線形項を無視し、以下のように表す。

$$N_x = B(u_{,x} + \nu v_{,y}) \quad (4)$$

$$N_y = B(v_{,y} + \nu u_{,x}) \quad (5)$$

$$N_{xy} = B(1-\nu)(u_{,y} + v_{,x})/2 \quad (6)$$

$$M_x = -D(w_{1,xx} + \nu w_{1,yy}) \quad (7)$$

$$M_y = -D(w_{1,yy} + \nu w_{1,xx}) \quad (8)$$

$$M_{xy} = -D(1-\nu)w_{1,xy} \quad (9)$$

ここに、 B ：伸び剛度、 D ：曲げ剛度、 ν ：ポアソン比である。

面外変位に関する境界条件としては、次のものを用いる。

$$M_x = 0, w = 0 \quad (x=0, a) \quad (10-a, b)$$

$$GJ_t w_{1,xx} + D w_{1,yy} = 0, w = 0 \quad (y=0) \quad (11-a, b)$$

$$GJ_b w_{1,xx} - D w_{1,yy} = 0, w = 0 \quad (y=b) \quad (12-a, b)$$

ここに、 GJ_t 、 GJ_b ：上・下フランジのねじり剛度である。

面内変位に関する境界条件としては、次のものを用いる。

$$v = 0, N_x = h(\sigma_0 + \sigma_t \sin \Omega t)(1-y/b\eta) \quad (x=0, a) \quad (13-a, b)$$

$$EA_t u_{,xx} + N_{xy} = 0, N_y = 0 \quad (y=0) \quad (14-a, b)$$

$$EA_b u_{,xx} - N_{xy} = 0, N_y = 0 \quad (y=b) \quad (15-a, b)$$

ここに、 $\sigma_0 = -E\varepsilon_0$ 、 $\sigma_t = -E\varepsilon_t$ 、 ε_0 と ε_t ：腹板圧縮縁の x 方向初期および変動ひずみ(圧縮を正)、 ηb ：中立軸の位置、 EA_t 、 EA_b ：上・下フランジの伸び剛度、 Ω は加振円振動数である。

初期たわみとして、次の2つの場合を仮定した。

$$w_0 = w_{0\max} \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \quad (16)$$

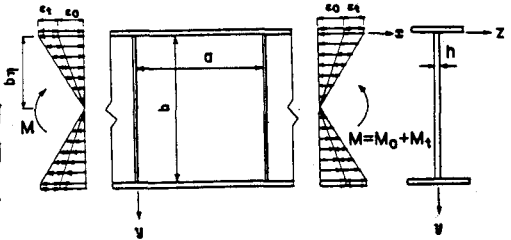


図-1

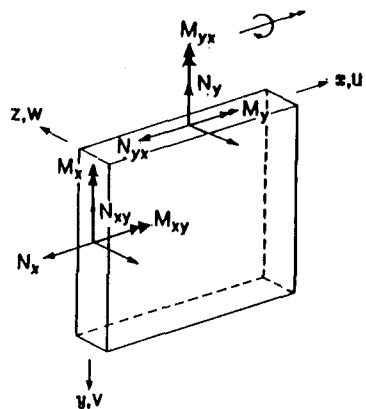


図-2

$$w_0 = w_{0\max} \sin(\pi x/a) \sin(2\pi y/b) \quad (17)$$

ここに、 $w_{0\max}$ は最大初期たわみ量である。

3. 解析手順

基礎式および境界条件式を場について差分法により離散化する。応答計算に先立ち、 $w_{0\max}=0$ 、 $\sigma_t=0$ として作用応力 σ_0/σ_{cr} (σ_{cr} : 基準となる座屈荷重)の値に対する固有振動周期 $T_{m,n}$ を求める。次に、変動曲げによる応答を以下のように求める。まず、式(1)、(2)を境界条件(13)~(15)のもとで平面応力問題として解き面内応力分布を決定する。その後、初期曲げ荷重による静的変形を運動方程式(3)に減衰項を付加しDynamic Relaxation

Method⁴⁾を適用して求める。その解を応答計算における初期変位として、運動方程式(3)を境界条件(10)~(12)のもとで任意の時刻において解き、たわみ w_1 を求める。なお、時間についてはRunge-Kutta-Gill法により逐次数値積分を実行する。

4. 数値計算例

数値計算におけるパラメータとしては、縦横比 a/b 、初期曲げ荷重 σ_0/σ_{cr} 、変動曲げ荷重 σ_t/σ_{cr} 、加振振動数比 $\omega_{1,1} = \Omega T_{m,n}/2\pi$ 、最大初期たわみ $w_{0\max}/h$ 、フランジのねじり剛度 GJ_t/bD 、 GJ_b/bD 、フランジの伸び剛度 EA_t/bh 、 EA_b/bh を用いる。以下に、 $a/b=0.5$ 、 $w_{0\max}/h=0.5$ 、 $GJ_t/bD=GJ_b/bD=\infty$ 、 $EA_t/bh=EA_b/bh=0$ 、 $\sigma_0/\sigma_{cr}=0.3$ 、 $\sigma_t/\sigma_{cr}=0.15$ の場合の結果を示す。

加振振動数と固有振動数が一致する場合($\omega_{1,1}=1$)の圧縮側の点Aおよび引張側の点Bのたわみの応答を図-3に示す。横軸は無次元時間 $t' = t\sqrt{D/\rho h}/b^2$ である。応答は発散振動となっており、A点の答の振幅はB点のそれよりも大きくなっている。

次に、係数励振の主不安定領域にある場合($\omega_{1,1}=2$)の点Aおよび点Bの応答を図-4に示す。応答は発散せず、うなりが生じており、1回目のうなりと2回目のうなりで点Aと点Bの応答にずれが生じている。この場合の振動モードの変化を図-5に示す。1回目のうなりはモード(1,2)で生じており、2回目のうなりは圧縮側の振幅が大きくなりモード(1,1)の影響が現れている。

A点のたわみ w_1 の動的最大値および最小値を $M_0 + \max(M_t)$ が静的に作用した場合の w_1 で除した動的倍率(Dynamic Magnification Factor)と加振振動数比の関係を図-6に示す。 $\omega_{1,1}=1,2$ 以外にも共振点が見られる。特に、 $\omega_{1,1}=0.9, 1.8$ 付近では、相当大きな値となっている。

1) 高橋・田川・池田・松川, 土木学会論文集(1984), No. 341. 2) 高橋・池田・川野, 土木学会年講(1985), I-270. 3) Kuranishi, S. and S. Fukaya, Proc. JSCE(1984), No. 341. 4) Mikami, I., Y. Miura, K. Matsumura and K. Tanaka, Tech. Rep. of Kansai Univ. (1986), No. 27.

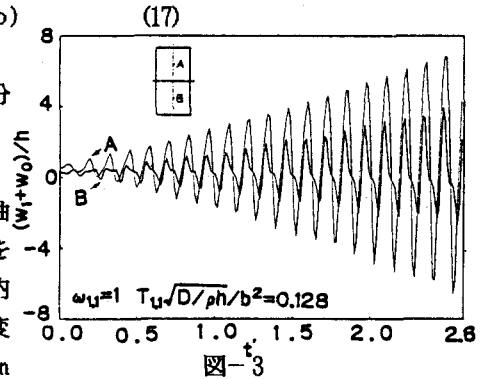


図-3

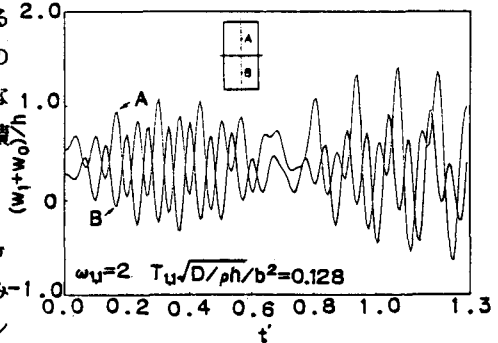


図-4

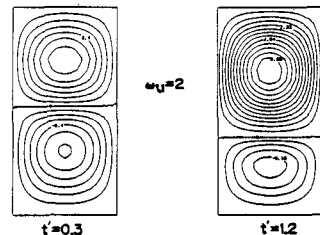


図-5

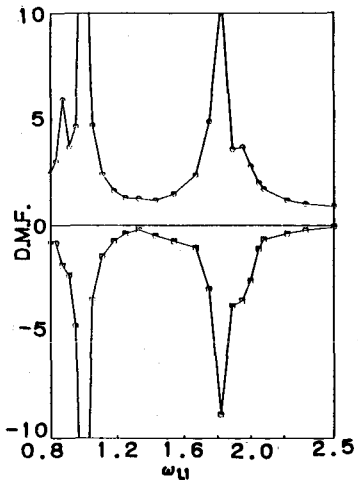


図-6