

I-105 はり一柱の座屈モーメントに及ぼす軸力の影響について

東京都立大学 学生員○田中 充夫
東京都立大学 正会員 野上 邦栄
東京都立大学 正会員 伊藤 文人

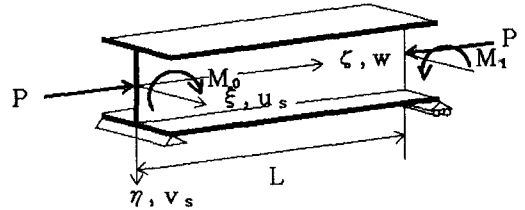


図1. Beam-column model

1. まえがき 現在、道路橋および鉄道橋の各示方書では、軸方向力と曲げを受ける部材を設計する場合、先ず応力度について検算し次に圧縮に関しては安定性について検算することを義務づけている。しかし、安定照査式は部材の非弾性領域を含めた最大強度に基礎をおいて誘導された経験的設計公式であり、検討の余地が残されている。本報告は、その基礎とすべく有限変位理論による厳密なはり一柱の横座屈モーメントを誘導し、この解析解および設計公式により座屈モーメントに及ぼす軸力の影響について検討する。

2. 座屈前の変形 図1に示すようなはり一柱を考える時、座屈前の状態は η と面内の変形のみを扱えば良いことになる。この場合、釣り合い方程式は次式のように与えられる。

$$P \dot{v}_s'' + EI_{\xi\xi} \dot{v}_s'' = -M_0 (1-z/L) - M_1 z/L \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 v_s' および $'$ は各々座屈前の変位および z に関する微分を意味する。

したがって、この解 $\dot{v}_s$ を求め、Fourier 展開を導入することにより座屈前の断面力 F_z^0 は

$$-F_z^0 = EI_{\xi\xi} \dot{v}_s'' = -M_0 \left[1 - (1-\kappa)z/L + \sum_n \frac{\{1+(-1)^{n+1} \kappa\} 2P/P_{e\xi}}{\pi n(n^2 - P/P_{e\xi})} \sin \pi n z/L \right] \quad \dots \dots \dots (2)$$

と与えられる。ここに、 n は級数次数、 $\kappa = M_1 / M_0$ および $P_{e\xi} = \pi^2 EI_{\xi\xi} / L^2$ である。

3. 弾性横座屈 横座屈荷重を支配する釣り合い方程式は、座屈前の変形を考慮した1軸対称断面部材の場合、次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} EI_{\eta\eta} u_{sp}^{(4)} + P u_{sp}'' + P \eta_s \phi'' - F_z^0 P C_0 \phi^* / EI_{\eta\eta} &= 0 \\ (C_0 F_z^0 + P \eta_s) u_{sp}'' + EI_{\alpha\alpha} \phi^{(4)} - (GJ - P r_o^2 + 2\beta_\eta F_z^0) \phi'' - 2\beta_\eta F_z^0 \phi' & \\ - F_z^0 (C_0 F_z^0 + P \eta_s) \phi^* / EI_{\eta\eta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 η_s は剪断中心の η 座標、 $\beta_\eta = \int_A \eta (\xi^2 + \eta^2) dA / 2I_{\xi\xi} - \eta_s$ 、 $r_o^2 = (I_{\eta\eta} + I_{\xi\xi}) / A + \eta_s^2$ 、 $C_0 = 1 - I_{\eta\eta} / I_{\xi\xi}$ (4) である。ただし、 $I_{\xi\xi} = \int_A \eta^2 dA$ 、 $I_{\eta\eta} = \int_A \xi^2 dA$ である。

したがって、座屈後変位 u_{sp}^* 、 ϕ^* を $u_{sp}^* = a \sin \pi z/L$ 、 $\phi^* = b \sin \pi z/L$ と仮定し、ガラーキン法を用いることによりはり一柱の横座屈モーメントが得られる。特に、2軸対称断面部材の場合(つまり、 $\beta_\eta = 0$ 、 $\eta_s = 0$)

$$M_0 = \left[r_o^2 C_\eta C_\xi P_{e\eta} P_{e\xi} / (C_0 \phi^2) \right]^{1/2} \quad \dots \dots \dots (5)$$

となる。ここに、 $P_{e\eta} = \pi^2 EI_{\eta\eta} / L^2$ 、 $P_{e\xi} = (\pi^2 EI_{\alpha\alpha} / L^2 + GJ) / r_o^2$ 、 $C_\eta = 1 - P / P_{e\eta}$

$C_\xi = 1 - P / P_{e\xi}$ であり、さらに

$$\phi^2 = C_2 C_7 + C_0 C_1^2 P / P_{e\eta} \quad \dots \dots \dots (6)$$

を意味する。この式中の C_1 および C_2 は、次の関係を持つ。

$$C_1 = \frac{1+\kappa}{2} \left\{ 1 + \frac{32}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P/P_{e\xi}}{n^2(4-n^2)(n^2-P/P_{e\xi})} \right\}$$

$$C_2 = \frac{1+\kappa+\kappa^2}{3} - \frac{(1-\kappa)^2}{2\pi^2} + \frac{16(1+\kappa)^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\text{odd}} \frac{P/P_{e\zeta}}{n^2(4-n^2)(n^2-P/P_{e\zeta})} \\ + \frac{(1-\kappa)^2}{\pi^2} \left\{ \frac{3P/P_{e\zeta}}{4(4-P/P_{e\zeta})} + \sum_{n=4}^{\text{even}} \frac{16P/P_{e\zeta}}{n^2(4-n^2)(n^2-P/P_{e\zeta})} \right\} + \frac{(1+\kappa)^2(P/P_{e\zeta})^2(79-7P/P_{e\zeta})}{3\pi^2(1-P/P_{e\zeta})^2(9-P/P_{e\zeta})} \\ + \frac{4}{\pi^2} (P/P_{e\zeta})^2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\{1+(-1)^{n+1}\kappa\}^2}{n^2(n+2)(n^2-P/P_{e\zeta})^2} \cdot \frac{(3n^2+6n+4-P/P_{e\zeta})}{\{(n+2)^2-P/P_{e\zeta}\}} \quad \dots \dots (7)$$

いま、等曲げを受ける2軸対称断面はりの横座屈モーメントを M_b と置くと、式(5)において $P=0$ 、 $\kappa=1$ を代入することにより

$$M_b = \left\{ r_o^2 P_{e\eta} P_{e\zeta} / C_o \right\}^{1/2} \quad \dots \dots \dots (8)$$

と与えられる。したがって、式(5)は降伏モーメントで無次元化を行い、式(8)を考慮すると次式を得る。

$$\frac{M_o}{M_y} = \frac{M_b}{M_y} \cdot \frac{(C_\eta C_\zeta)^{1/2}}{\phi} \quad \dots \dots \dots (9)$$

4. 設計公式との比較検討 軸方向力と曲げを受ける部材の安定性は、曲げ作用面内の座屈と面外の横座屈について考える必要がある。一般に、これらの座屈を考慮した弾性相関式としては次式が用いられている。

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{\phi_1 M_o}{M_{cr} C_\zeta} = 1 \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 $\phi_1 = 0.6+0.4\kappa \geq 0.4$ (Austin 式)

$$C_\zeta = 1 - P/P_{e\zeta}$$

さらに、

P_{cr} : 曲げモーメントが零の時の最小座屈荷重 ($P_{e\zeta}$, $P_{e\eta}$)。ただし、降伏荷重 P_y が $P_{e\zeta}$ および $P_{e\eta}$ より小さい場合は P_y を用いる。
 M_{cr} : 軸力が零の時の等曲げによる横座屈モーメント M_b (ただし、 $M_b > M_y$ の場合には M_y を用いる。)

である。

通常用いられる部材では、ねじれを拘束した場合一般に $P_{cr} = P_{e\eta}$ の関係を持つので、この値を式(10)に代入し変形すると

$$\frac{M_o}{M_y} = \frac{M_b}{M_y} \cdot \frac{C_\zeta C_\eta}{\phi_1} \quad \dots \dots \dots (11)$$

と与えられる。

以上の相関関係を図示したものが図2、図3である。図2に示されるように式(11)の設計公式は、本理論による式(9)に対して常に低めの値をあたえる。特に κ が大きくなるにしたがいその傾向は大きくなる。また図3のように、面内強度を考えあわせた場合にも $L/r=60$ において、設計公式はかなり安全側の結果を与えている。

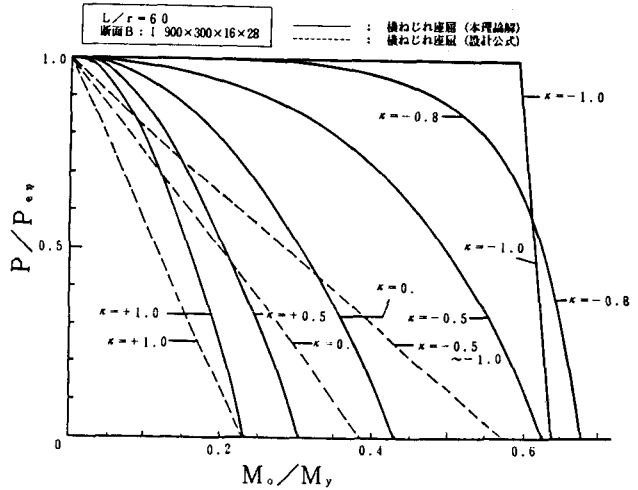


図2.

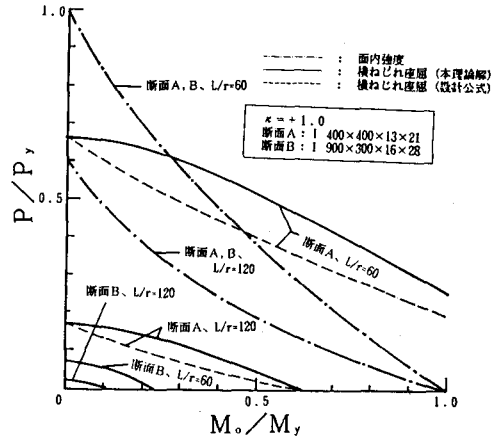


図3.