

I-80

断面変形を考慮したI形断面部材の弾性安定解析

九州大学工学部 学生員 〇丸山 義一

九州大学工学部 正会員 彦坂 照

1. 緒言

筆者らは先に、任意の多角形状薄肉閉断面をもつ部材が任意荷重を受ける場合の、断面形状の変化を考慮した有限変位理論¹⁾を提示した。本報はこの理論をI形断面部材の弾性安定解析に適用し、局部座屈と全体座屈の連成問題を棒理論の拡張により1次元的に解析するものである。本理論はフランジの局部座屈に伴うウェブの曲げ変形のみならず、ウェブ自身の局部座屈をも考慮できるため、フランジおよびウェブの局部座屈と全体座屈の連成問題が、FEMやFSMに比べ極めて少ない自由度で解析可能となる。

2. 2軸対称I形断面部材の弾性安定解析

(1) H形断面柱の中心軸圧縮力による座屈

図-1のような、長さ L 、両端ピン支持のH形断面柱に中心軸圧縮力 P と載荷するとき、弱軸まわりの全体曲げ座屈と強軸に関し対称な断面変形を生じる局部座屈との連成問題を解析する。図-2のように節点数を3にとれば断面変形は図中の2つの基本モードを重ね合わせたものとなる。このとき、図中の1番節点の x 軸方向変位 u_1 と θ_1, θ_2 に関する次の連立微分方程式が得られる。

$$EI_y u_1''' + P u_1'' - EI_y \frac{h}{4} \theta_2''' - \bar{y}_s P \theta_2'' = 0 \quad (1a)$$

$$2 \{ EI_z (\theta_1 + \theta_2)''' - (GJ^T - \frac{I_y^2}{A} P) (\theta_1 + \theta_2)'' \} + f_{11} \theta_1 + f_{12} \theta_2 = 0 \quad (1b)$$

$$-EI_y \frac{h}{4} u_1''' - \bar{y}_s P u_1'' + 2 \{ EI_z \theta_1''' - (GJ^T - \frac{I_y^2}{A} P) \theta_1'' \} + 2 \{ EI_z \theta_2''' - (GJ^T - \frac{I_y^2}{A} P) \theta_2'' \} + f_{12} \theta_1 + f_{11} \theta_2 = 0 \quad (1c)$$

ここに、肩字 f, w, T はそれぞれフランジ1枚、ウェブおよび片側T形断面に関する断面定数を表わし、 $\bar{y}_s$ は片側T形断面における、図心からせん断中心までの距離である。また、 f_{11}, f_{12} は

$$f_{11} = 9EI_s/h, \quad f_{12} = -8EI_s/h \quad \text{但し、} I_s = t^3/12 \quad (2a, b)$$

なる量である。

本解析の信頼性を確認するため、吉田²⁾のFSMによる弾性解との比較を行った。図-3, 4は座屈係数 K を縦軸に、横軸はウェブ高に対するスパン長の比 L/h をとっている。図-3に対して図-4は2倍のウェブ高をもつH形断面柱であり、図-3ではフランジの局部座屈、図-4ではウェブの局部座屈が支配的となる。FSMの自由度16および20に対して本解析の自由度は3と極めて少ないにもかかわらず、良好な結果が得られている。

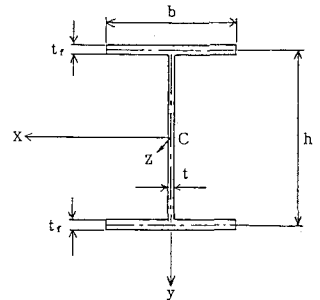


図-1 I形断面

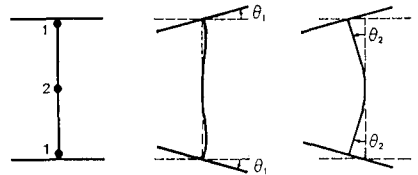
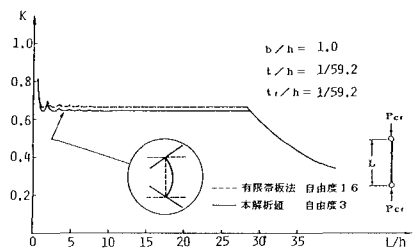
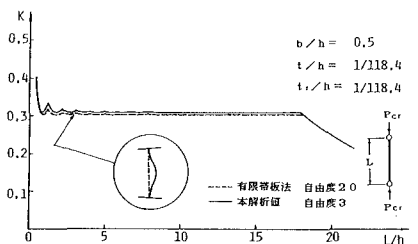


図-2 断面変形の節点と基本モード

図-3 座屈係数 $K-L/h$ 曲線(1)図-4 座屈係数 $K-L/h$ 曲線(2)

(2) I形断面ばりの等曲げによる座屈

図-1のような、長さ L 、両端単純支持のI形断面ばりに、強軸まわりの一定曲げモーメントを载荷するとき、全体横倒れ座屈とフランジおよびウェブの局部座屈との連成問題を解析する。図-5のように節点数を4にとれば、断面変形は図中の4つの基本モードを重ね合わせたものとなる。このとき、せん断中心 S の x 軸方向変位 u_s と S 点まわりの断面回転角 φ および $\theta_1 \sim \theta_4$ に関する次の連立微分方程式が得られる。

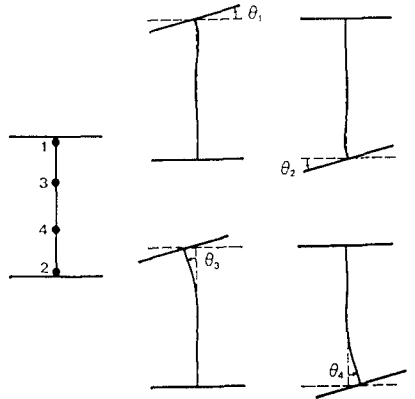
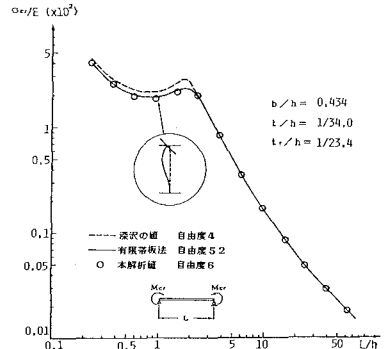
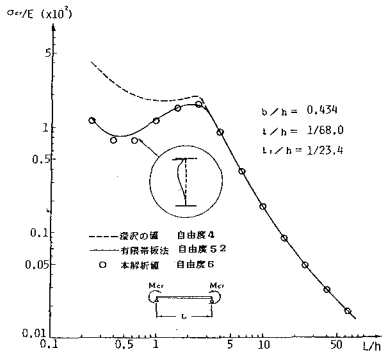


図-5 断面変形の節点と基本モード


 図-6 $\sigma_{cr}-L/h$ 曲線 (1)

 図-7 $\sigma_{cr}-L/h$ 曲線 (2)

$$EI_y u_s'''' + M \varphi'' + EH_{xy} (\theta_3 - \theta_4)'' + M_{xs} (\theta_3 + \theta_4)'' = 0 \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} &Mu_s'' + EI_w \varphi'' - GJ \varphi'' \\ &+ EI_w^f \theta_1'' - (GJ^f - \beta_{xy}^f M) \theta_1'' + EI_w^f \theta_2'' - (GJ^f + \beta_{xy}^f M) \theta_2'' \\ &+ EH_{zw} \theta_3'' - (GJ_z - \beta_{xy} M) \theta_3'' + EH_{zw} \theta_4'' - (GJ_z + \beta_{xy} M) \theta_4'' = 0 \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} &EI_w^f (\varphi + \theta_1 + \theta_3)'''' - (GJ^f - \beta_{xy}^f M) \cdot (\varphi + \theta_1 + \theta_3)'' \\ &+ f_{11} \theta_1 + f_{12} \theta_2 + f_{13} \theta_3 + f_{14} \theta_4 = 0 \end{aligned} \quad (3c)$$

$$\begin{aligned} &EI_w^f (\varphi + \theta_2 + \theta_4)'''' - (GJ^f + \beta_{xy}^f M) \cdot (\varphi + \theta_2 + \theta_4)'' \\ &+ f_{21} \theta_1 + f_{22} \theta_2 + f_{23} \theta_3 + f_{24} \theta_4 = 0 \end{aligned} \quad (3d)$$

$$\begin{aligned} &EH_{xy} u_s'' + M_{xs} u_s'' + EH_{zw} \varphi'' - (GJ_z - \beta_{xy} M) \varphi'' \\ &+ EI_w^f \theta_1'' - (GJ^f - \beta_{xy}^f M) \theta_1'' + EH_{zz} \theta_3'' - (GJ_z - \beta_{xyk} M) \theta_3'' \\ &+ f_{31} \theta_1 + f_{32} \theta_2 + f_{33} \theta_3 + f_{34} \theta_4 = 0 \end{aligned} \quad (3e)$$

$$\begin{aligned} &-EH_{xy} u_s'' + M_{xs} u_s'' + EH_{zw} \varphi'' - (GJ_z + \beta_{xy} M) \varphi'' \\ &+ EI_w^f \theta_2'' - (GJ^f + \beta_{xy}^f M) \theta_2'' + EH_{zz} \theta_4'' - (GJ_z + \beta_{xyk} M) \theta_4'' \\ &+ f_{41} \theta_1 + f_{42} \theta_2 + f_{43} \theta_3 + f_{44} \theta_4 = 0 \end{aligned} \quad (3f)$$

ここに、肩字 f, w はそれぞれフランジ1枚およびウェブ断面に関する断面定数を表す。

本解析の信頼性を確認するために、Hancock³⁾のFSMによる解との比較を行った。図-6, 7は座屈荷重 M_{cr} に対応する縁応力 σ_{cr} を縦軸に、横軸には L/h をとり、スパン長 L を座屈モードの半波長とする1次の座屈のみを示している。図-6に対し図-7は $1/2$ のウェブ厚をもつI形断面ばりであり、図-6ではフランジの局部座屈、図-7ではウェブの局部座屈が支配的となっている。FSMの自由度52に対し、本解析の自由度は6である。図中の深沢ら⁴⁾による値は、本法より自由度の取り方が少ないため、大きめの固有値が得られているようである。

参考文献

- 1) 彦坂, 高海, 丸山: 薄肉開断面部材の断面変形を考慮した有限変位理論と弾性安定問題への応用, 構造工学論文集, vol. 32A, 1986-3.
- 2) 吉田: H型鋼柱の局部座屈と曲げ座屈の連成座屈強度, 土木学会論文報告集, vol. 243, 1975-11.
- 3) Hancock, G.J.: Interaction Buckling in I-Section Columns, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 107, No. ST1, Jan., 1981.
- 4) 深沢, 杉原: I形ばりの弾性横座屈に及ぼすウェブの変形の影響, 構造工学論文集, vol. 31A, 1985-3.