

I-76

固有値解析と線形化有限変位解析による梁の横倒れ強度評価

東京大学 学生員 大庭 孝之

東京大学 正員 長谷川彰夫

東京大学 正員 西野 文雄

1. まえがき 柱の座屈と耐荷力の理論的検討に関しては、すでに数多くの成果が得られており、面内梁一柱の線形化有限変位理論による微分方程式または剛性方程式と初期降伏条件から、容易に精度の高い柱の耐荷力曲線が求められることは、よく知られている。梁の横倒れ耐荷力も基本的には同様の考え方で、耐荷力曲線を求め得るはずであるが、ねじれを含む定式化の複雑さのため、等曲げを受ける単純支持梁の簡単な場合についてのみ、解析式(3次方程式)が与えられているに過ぎない¹⁾。ここでは、既に求められた梁の横座屈の剛性方程式²⁾にもとづいて、固有値解析と線形化有限変位解析を行うことにより、梁の耐荷力曲線を平易に求める手順を示し、その結果を考察する。

2. 線形化有限変位解析 梁の横座屈の剛性方程式(8×8元)は、一般薄肉断面部材の接線剛性方程式(14×14元)²⁾の特別の場合であり、一般に、

$$F = [K_e(w_0) + K_g(w_0, N_0)] U \quad (1)$$

と表すことができる。ここで、 w_0 は基準状態の骨組幾何形状、 N_0 は断面力を示す。線形剛性 K_e 、幾何剛性 K_g は、 w_0 、 N_0 の関数である。座屈後の大変位を考慮した、いわゆる非線形有限変位解析では、荷重の増大による骨組形状の変化が著しいため、 w_0 の変化に依存して剛性行列を組み立てる必要があり、通常、座屈の更新として処理される。しかし、実用鋼構造部材では、座屈後の大変位挙動を示す以前に、降伏を開始する場合が多く、また初期降伏以後はほとんど荷重増加を示さないのが普通である。この特長が柱のいわゆる Perry-Robertson 公式を実用的なものにしている理由であるが、梁でも類似の精度でよいと譲歩すれば、式(1)による解析は極めて簡単なものとなる。すなわち、荷重 F または断面力 N_0 の大小と無関係に、 w_0 を初期形状のまま一定とし、断面力 N_0 の増加による応答変位 U を求めることで、変位や応力の算出が可能となる。このようにして、変位や応力を求めることを線形化有限変位解析と呼び、この応答応力が初期降伏する荷重を耐荷力 M_u と定義する。もちろん、厳密な非弾性有限変位解析にもとづく耐荷力とは若干の差が生じるが、解析の簡便性、柱での Perry-Robertson 公式の普及度を考えると、実用計算法としては、価値あるものとなろう。

3. 固有値解析を併用した耐荷力曲線の提示 式(1)の剛性方程式を用いると、固有値解析により、さまざまな断面条件、荷重条件、支持条件に対しても、比較的簡単に、弾性座屈荷重 M_{cr} を求めることができる。この座屈荷重 M_{cr} が、これらの条件を反映していることから、座屈荷重 M_{cr} を降伏モーメント M_y で正規化したものを、横倒れ強度を支配するパラメーターとすることが可能である。2. で示した方法で、このパラメーターに対する横倒れ強度 M_u を求めると、 $\sqrt{M_y/M_{cr}}$ を横軸に、 M_u/M_y を縦軸にとる横倒れ強度曲線が評価可能となる。つまり、いろいろな条件下での横倒れ強度を、簡単で、体系的な方法で評価することができる。

解析に必要な初期不整としては、初期面外たわみや初期ねじれなどの幾何学的なもの、面外外力モーメントやトルクなどの力学的なものがある。ここでは、初期不整として、初期ねじれを最大値 ψ_0 の $\sin$ 半波で与え、 ψ_0/L (m^{-1}) を一定とする (L はスパン長)。また、材質は SS41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$) とし、スパン長を変化させることにより、パラメーター $\sqrt{M_y/M_{cr}}$ を変化させる。

4. 耐荷力曲線の変動要因 座屈荷重 M_{cr} だけで耐荷力を説明できるとすると、3. の方法で求めた耐荷力曲線は、条件によらず、一本の曲線で表されるはずである。しかし、初期不整の大小によって耐荷力が変化するのとは当然としても、断面、荷重または支持条件の違いによっても曲線がばらつくかもしれない。そこ

で、断面形状、荷重条件、支持条件によって、耐荷力曲線がどう影響されるか、変動要因を検証する。

(1) 断面形状による影響: Fig. 1 は、圧延H形鋼、プレートガーダーを例に、等曲げを受ける単純支持梁の横倒れ強度曲線の解析を行った結果である。パラメーター $\sqrt{My/Mcr}$ が同じでも、プレートガーダー系でかなり強度が低下していることがわかる。

(2) 荷重条件による影響: Fig. 2 は等曲げ($\alpha = M_2/M_1 = 1.0$)、不等曲げ($\alpha = 0.5, 0.0$)、等分布荷重や集中荷重を受ける単純支持梁の耐荷力曲線である。初期不整を同じにしても、荷重パターンによって、曲線が変化することがわかる。

(3) 支持条件による影響: 面内単純支持梁が等曲げを受ける場合を対象として、面外変位に対する支持条件を変化させた梁の強度曲線を求める。その例として、面外単純支持と固定支持された梁の耐荷力曲線を比較したのがFig. 3 である。初期不整として同じねじれを仮定しても、支持条件によって曲線が異なり、結果的に異なった初期不整量に対して、ほぼ等しい耐荷力曲線が得られる。

以上から、座屈荷重のみでは、応答応力や変位など横倒れ変形の過程を表すことができず、断面形状、荷重や支持条件などが横倒れ強度曲線にかなり影響することがわかった。 Mcr をパラメーターとして、いくつかの固定された曲線によって耐荷力を示す現行の設計法の精度の限界が以上の事実から認識されよう。しかし、必要とあれば、3. に示す手順を踏むことにより、簡単な方法でさまざまな影響を考慮した強度曲線を求めることができる。一方、諸条件の耐荷力曲線に及ぼす影響を把握した形で設計強度曲線を定めておくと、個々の設計においては固有値解析をするだけで、簡単に強度評価できる。

5. まとめ 最大圧縮応力が降伏応力に達したときを梁の終局状態と仮定すると、縁形化有限変位解析と固有値解析により、任意の条件に対し、梁の横倒れ強度曲線が評価できることを示した。また、耐荷力曲線の変動要因を検証し、さまざまな条件によって、耐荷力曲線は一定とならないことを示した。

参考文献 1) 波多野、長谷川、後藤、Dellelegne: 面外初期変形を持つ梁-柱の面外強度に関する陽な解法と有限要素法 第40回年次学術講演会講演概要集 I-70 1985年 9月

2) HASEGAWA, A. et al.: A Concise and Explicit Formulation of Out-of-plane Instability of Thin-Walled Members, Structural Eng./Earthquake Eng. Vol. 2, No. 1, JSCE, April 1985

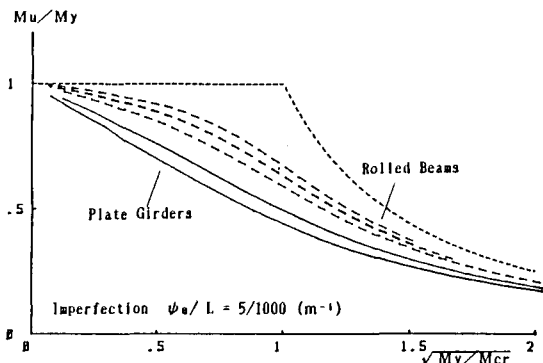


Fig. 1 断面形状による影響

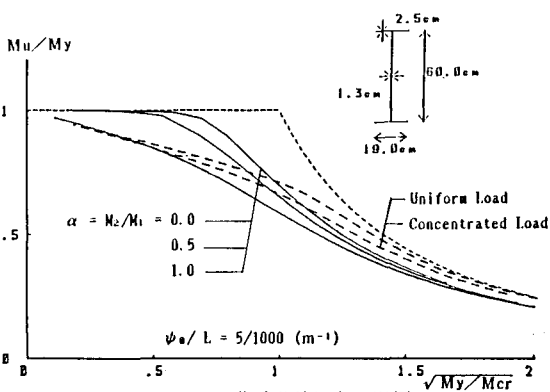


Fig. 2 荷重条件による影響

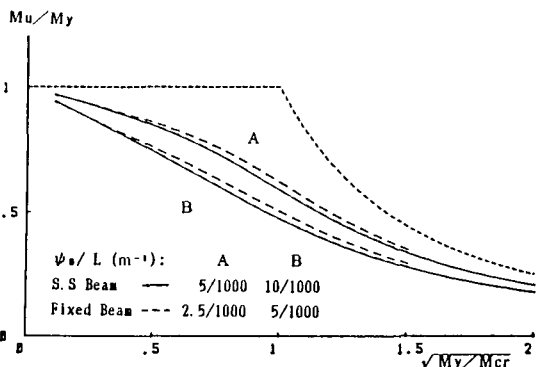


Fig. 3 面外支持条件による影響