

I-67 構造物の非弾性動的安定解析について

徳山高専 正員 原 隆
 徳山高専 正員 重松 恒美
 愛媛大学 正員 大賀水田生

1. まえがき

軸方向に変動荷重を受ける構造物の動的安定問題に関する研究は、従来より係数励振問題として数多く行なわれている。とりわけ、棒要素の動的安定問題は動的挙動を考慮した解析も含め、数多く報告されている。著者らは前報において、減衰、初期たわみを有し、変動軸力を受ける棒の動的挙動をマトリックス関数を用いて解析し、動的挙動におよぼす初期たわみおよび減衰の影響を論じた[2]。

本研究では、前報に引きつぎ棒要素および板要素の動的安定問題にマトリックス関数を適用し、弾性および弾塑性の動的応答を考慮し数値解析を行った。そして、増分理論に基づく他の数値計算結果との比較検討を行なった。また数値計算において、動的安定に及ぼす初期たわみの影響を検討した。

2. 理論解析

本研究の数値解析には、マトリックス関数法を適用する[1]。

また、要素は非弾性域の復元力特性を容易に表せる川井により提案された剛体-ばね要素(RBSM)を用いた[1]。図-1、図-2にそれぞれ棒要素および板要素を示す。要素は2個の剛体とそれをつなぐばねで構成されている。

初期たわみ w を有する構造物の運動方程式は次式となる。

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + F_R = P(t)GX - (K - P(0)G)X_0 \quad \dots (1)$$

上式で、 M 、 C 、 K 、 G は系の質量、減衰、剛性、幾何マトリックスである。また、 F_R は復元力を示す。

ここで式(1)において、初期の剛性マトリックスに対する復元力と剛性や軸力の変化に対応した復元力との相違を付加的な外力として系に作用させると式(1)は次式のように表わされる。

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = f_0 + \Delta f \quad \dots (2)$$

ここに、 f は初期たわみによる項であり、 Δf は復元力の変化に対応する付加外力である。

式(2)に、マトリックス関数を適用することにより動的応答解析を行なうことができる[3]。

3. 数値計算結果

数値計算における解析モデルとしては、棒要素については両端固定の棒、板要素については四辺単純支持の正方形板とした。

また、式(1)の外力 $P(t)$ として、正弦波 $P(t) = P_1 + P_2 \sin \theta t$ を用いた。

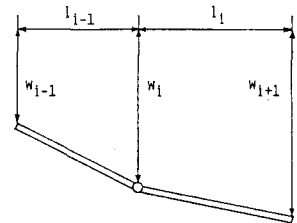


図-1 棒要素

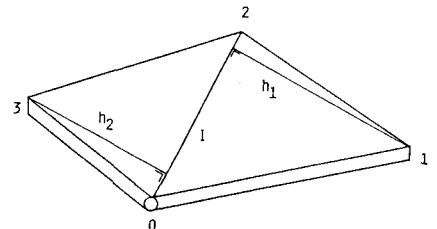


図-2 板要素

(1) 数値計算法の比較

動的安定問題に対する本解析法の妥当性を検討するために、棒要素および板要素に対して本解析法および他の解析法との比較を固有振動数について行った。

図-3に棒要素の要素分割と固有振動数の比較を示す。なお固有振動数は自由振動の応答曲線をもとに求めた。図の破線はマトリックス関数を用いた場合の変化を示し、実線はNewmark β 法を用いた場合の変化を示す。図より剛体-ばねモデル(RBSM)は通常の有限要素(FEM)に比べやや収束が悪い。

図-4に板要素の要素分割と固有振動数の比較を示す。棒要素と同様に剛体-ばねモデルは通常の有限要素に比べやや収束が悪い。しかし棒要素および板要素ともに収束に至る分割数は、剛体-ばねモデルと有限要素の間に大差はない。

従って、増分理論より変形理論が適用しやすいマトリックス関数法には剛体-ばねモデルが適当であるといえる。

(2) 動的応答解析

以上の数値計算結果をもとに、周期荷重を受ける構造物の動的応答を求める。数値計算において剛体ばねモデルとマトリックス関数を組み合わせた方法および有限要素法と増分型のNewmark β 法を組み合わせた方法について応答を比較した。

図-5に両端固定の棒の中央点の動的応答値を示す。荷重条件は励振パラメータ $\mu = 0.046$ ($\mu = P_2 / (P_{cr} - P_1)$)、振動数比 $\theta / 2\Omega = 0.98$ (Ω は系の固有振動数) である。図中で細線は弾性の応答値を示し、太線は弾塑性の応答値を示す。マトリックス関数法とNewmark β 法の解は弾塑性ではやや異なるが、ほぼ一致している。

4. まとめ

本研究ではマトリックス関数を用いて、軸力を受ける構造物の動的応答を求めた。解析において、非弾性の復元力を表現するために剛体-ばねモデルを用い、通常の有限要素法と本法の解析結果を比較した。解析結果より本解析法は構造物の動的安定解析に有効である。

【参考文献】[1]川井：はりおよび平板の横衝撃応答に対する新しい離散化解析法。JSME 昭和54

[2]原：初期たわみを有する棒の動的安定解析 昭和58

[3]T.Hara, T.Shigematsu, M.Ohga: Numerische Berechnung bei nichtelastischen Schwingungs-systemen mit Hilfe von Matrizenfunktionen. Bauingenieur 1985

[4]T.Shigematsu, T.Hara, M.Ohga: Dynamische Stabilität des vorverformten Stabes unter pulsierender Axialbelastung. Bautechnik 1986

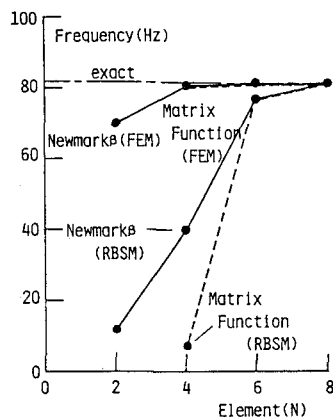


図-3 要素分割と収束（棒）

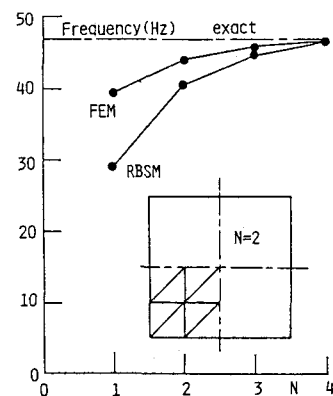


図-4 要素分割と収束（板）

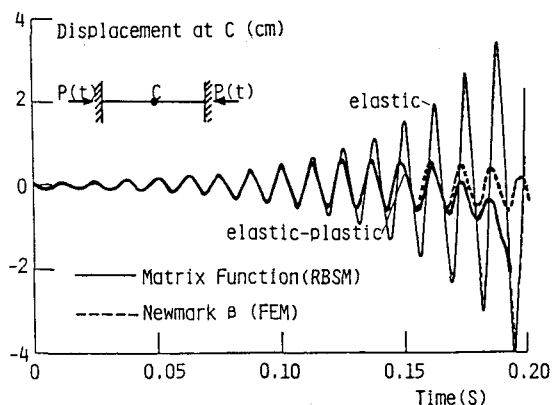


図-5 応答曲線（棒）