

I-58

正多角形トラスドーム構造物の分岐モードの群論的分類

長岡技術科学大学 正員○池田清宏

長岡技術科学大学 正員 鳥居邦夫

長岡技術科学大学 松下省吾

1. まえがき

正多角形トラスドームが分岐座屈現象を起こす事は一般によく知られており、その分岐経路(モード)を求める計算手法、計算例が数多く報告されている。これらの研究が分岐座屈現象の解析的側面に重点を置いているのに対し、藤井は分岐現象の定性的側面に着目し、ある種の分岐現象が二面体群という正多角形の対称性を表わす群により記述されることを数学的に示した(文献1)。さらに、著者らは図1に示す正 n 角形トラスドームの分岐現象がこの群に共変であることを証明し、簡単なトラスドームの分岐経路がこの群の部分群により表現される事を数値計算により確認した(文献2)。本報告は正多角形トラスドームの分岐モードを二面体群の部分群を用いて記述する事を目的とする。

2. 分岐モードの分類

n 次の二面体群 D_n は下記の12個の要素により構成される群である。

$$\sigma_j, \quad \tau \sigma_j \quad j=1, 2, \dots, n$$

ここに、 σ_j は原点回りの $360(j-1)/n$ 度の回転、 τ は y 軸に関する鏡映をそれぞれ表わす。各要素はそれぞれ正 n 角形が持つ幾何学的対称性を表わす。群 D_n ($n=3, 4, \dots, 16$)の部分群を求め、その分類を行なった結果、部分群が下記の7種類に分類できることが判明した。

D_n 完全対称モード(ドームの節点 $1, 2, \dots, n$ が対称変位するモード)。

$D_{n/2}$ 準完全対称モード(奇数節点、偶数節点がそれぞれ対称に変位するモード)。

D_i^j 線対称モードI (n が奇数の場合に存在する線対称モード)。

D_i^{2j} 線対称モードII (n が偶数の場合に存在する線対称モード、正 n 角形のあい対する頂点を結ぶ対称軸を持つ)。

$D_i^{n/2-1}$ 線対称モードIII (n が偶数の場合に存在する線対称モード、あい対する辺の中点を結ぶ対称軸を持つ)。

C_i 点対称モード。

E 非対称モード。

これらのモードが表わす分岐モードの例を図2に示す。ここに、一点鎖線は線対称軸を示し、図中の記号○、□、◇等は同じ記号を持つ節点が同じ変位を呈する事を示す。

表1にこれらの分岐モードの存在と多角形の次数の関係を示す。この表に示すように、分岐モードの存在は多角形の次数に支配される。例えば、準完全対称モードは次数が偶数の場合に存在し、線対称モードIは奇数次数の多角形ドームだけに存在する。

これらの分岐モードの相互関係を調べた結果、座屈モードに階層構造が存在する事が明かになった。図3にこの階層構造の例を示す。著者らは数値解析により簡単なトラスドームの分岐現象がこの階層構造に従うことを確認した(文献3参照)。

3. 結論

本報告で提案した群論による分岐モードの推定法は、分岐モードの数学的記述、および分岐現象の定性的な理解を深めるのに有用である。この手法の汎用性を高め大型ドームの分岐解析に適用することが今後の課題である。

- 1) 藤井宏：自然界の縞模様（群論と非線形力学），数学セミナー増刊，入門・現代の数学Ⅰ，1984年10月
- 2) 池田清宏、松下省吾、鳥居邦夫：ドーム構造物の対称性破壊分岐現象と群論，土木学会論文報告集，第Ⅰ部門，1986年4月
- 3) 池田清宏、鳥居邦夫、松下省吾：トラスドーム構造物の分岐モードの群論的分類，土木学会論文報告集，第Ⅰ部門，投稿中

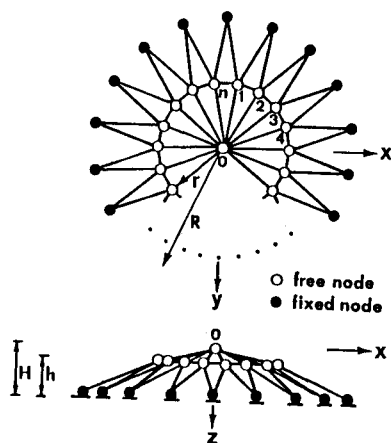


Fig. 1 n-Gonal Dome

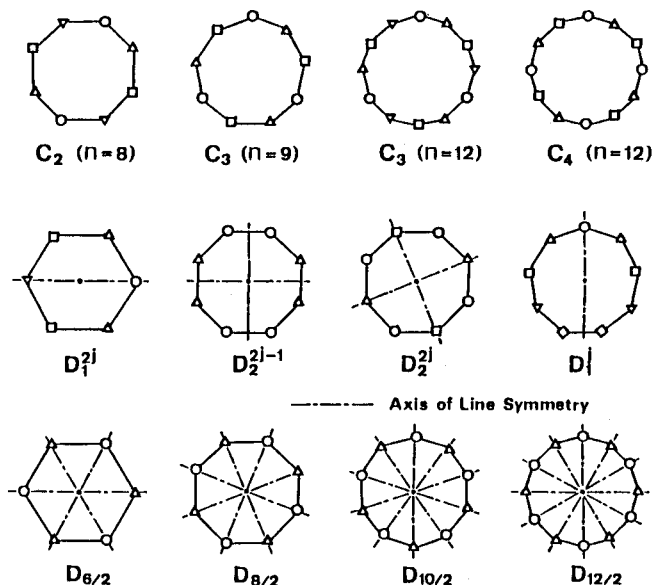


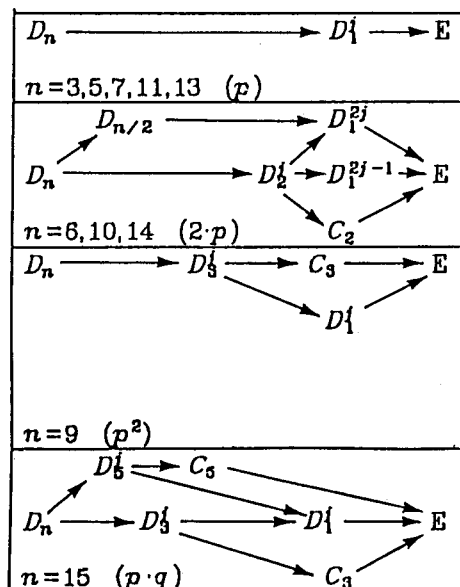
Fig. 2 Geometric Configurations of Bifurcation Modes

Table 1 Potential Bifurcation Modes of Polygonal Domes

[illegible]

- Bifurcation mode exists.

- × **Bifurcation mode does not exist due to a mode degeneration.**



S→T: T is a subgroup of S
Fig. 3 Hierarchal Frameworks
of Bifurcation Modes