

東京大学 学生員 野田 勝
東京大学 正員 長谷川彰夫
川崎重工業 K. LIYANAGE

1. まえがき 薄肉断面立体骨組を対象として、複合非線形解析、すなわち材料の非線形性と幾何的非線形性とをともに考慮した解析の定式化と数値解析を行った。非弾性有限変位解析では、材料の構成方程式は任意の関数であるとするため、断面の主軸が刻々変化する。そこで本研究では、主軸の位置と無関係に座標軸を定め定式化を行った。定式化のための手法は、座標軸が主軸に一致しない点を除くと、弾性有限変位解析¹⁾の場合と同一であるが、その結果得られる剛性マトリックスを実際に求めるためには、断面内での数値積分が必要になる。

2. 定式化 弾性有限変位解析¹⁾と同様に、仮想仕事式に内挿関数を用いて離散化することで、非弾性有限変位解析における剛性方程式が導かれる。ただしここで、断面内の応力は部材軸方向には変化しないと仮定する。この仮定は、部材をいくつかの要素に分割して解析する場合に、部材軸方向に連続的に変化する応力を階段状に変化すると近似して解析することになる。有限要素解析においては、十分な数の要素に分割して解析を行うので、この仮定を用いても、十分な精度が期待できる。こうして得られた剛性方程式は、弾性有限変位解析のそれと同様の形で表されるが、弾性有限変位解析での $E A$, $E I_{yy}$, $G J$, N^0 等の量が面積分の形で表される。また、弾性有限変位解析では、座標軸のとり方により0となっていた断面1次モーメント、断面相乗モーメントについての項も0とはならず、面積分の形で表される。例えば、弾性有限変位解析での

$K_{22} = E I_{yy} \int_L B''^T B'' dx + N^0 \int_L B' B'^T dx$ に対応して、

$$K_{22} = \int_A (\delta \sigma_{xx} / \sigma e_{xx}) y^2 dA \int_L B''^T B'' dx + \int_A \sigma_{xx} dA \int_L B' B'^T dx$$

となり、また弾性有限変位解析では0となった K_{31} が、

$$K_{31} = - \int_A (\delta \sigma_{xx} / \sigma e_{xx}) z dA \int_L B''^T A'^T dx$$

となる。ここで、 (x, y, z) は右手系直交座標系で、 x 軸は部材軸と一致している。他の記号は、文献(1)と同様である。面積分を計算するために必要な断面内のひずみ分布は、

$$\{\delta N^0, \delta M_y^0, \delta M_z^0, \delta M_w^0\}^T = [S_{ij}] \{\delta e^0, \delta \kappa_y^0, \delta \kappa_z^0, \delta \kappa_w^0\}^T$$

を用いて、内力の増分から一般化ひずみの増分を求め、

$$\delta e_{xx} = \delta e^0 + y \delta \kappa_y^0 + z \delta \kappa_z^0 + \omega \delta \kappa_w^0$$

により、直

ひずみの増分を求めることができる。ただし、 $S_{ij} = \int_A (\delta \sigma_{xx} / \delta e_{xx}) h_i h_j dA$ 。ここに、 $h_i \equiv 1 (i=1)$, $y (i=2)$, $z (i=3)$, $\omega (i=4)$ である。また、せん断ひずみの増分は要素両端のねじれの増分を用いて、 $\delta e_{xy} = 1/2 \Theta (1/L) (\delta \phi_j - \delta \phi_i)$ と表される。面積分を数値積分を用いて解く場合は、薄肉断面の板厚が十分に小さいことから、板厚方向の応力変化を無視して、板厚中心線方向にのみ積分を行うこととした。

3. 数値解析例 計算例はすべてFig. 1に示す2軸対称I形断面の片持ち梁の面外挙動について行い、要素数は8、数値積分は各板要素を板厚中心線方向に16分割してSimpson 則により行った。

(1) 完全断塑性体: Fig. 2(a)の応力-ひずみ関係を持つ完全断塑性体について調べる。初期不整としてね

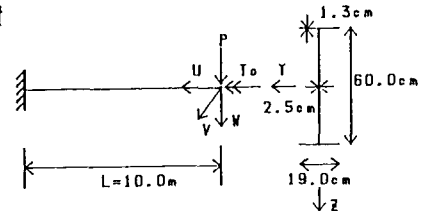


Fig. 1 2軸対称I形断面片持ち梁

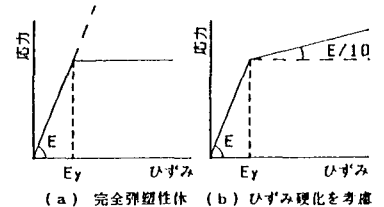


Fig. 2 応力-ひずみ関係

じりモーメント $T_B = 6.69 \times 10^{-3} P_{CR} L$ を端部に加え、その後 z 方向荷重 P を加える。構成方程式は、直応力・せん断応力の2方向の応力の作用を考慮して、等価応力を用いて定めた。降伏ひずみは 0.1%, 0.5%, 1%, ∞ (弾性に相当) の4例について計算を行った。この結果をFig. 3 に示す。たて軸は片持ち梁の面外座屈荷重 P_{cr} で無次元化した荷重 P 、横軸は梁の長さ L で無次元化した端部の面外変位 v である。また、◇, △, □ はそれぞれ 0.1%, 0.5%, 1% の場合の初期降伏点を表す。Fig. 3 では、自然な挙動を示す範囲のみを示したが、更に計算を続けると、非常に不安定な挙動が計算される。これは、 M_z により断面の上下フランジが降伏し z 軸回りの剛性 ($E I_{yy}$ に相当する) と反りねじれに対する剛性 ($E I_{ww}$ に相当) がほとんど0になることによって構造が不安定になるためと思われ、行列計算の精度が落ち不自然な結果が現れ、ついには計算不能となる。

(2) ひずみ硬化を考慮した面外挙動: Fig. 2(b) のような、降伏後に E の 0.1 倍の剛性を持つ Bi-Linear な構成方程式を想定して解析を行った。降伏ひずみはやはり、0.1%, 0.5%, 1% の3例とした。この計算結果を、先の結果とともにFig. 4 に示す。

(3) つりあい条件をみだすせん断応力の影響を考慮した面外挙動: 一般に直応力が部材軸方向に変化する場合、微小要素のつりあいをみだすせん断応力 τ_{sx} が導かれる。このせん断応力が材料の降伏に対して影響をもたらすことが考えられる。そこで、このせん断応力を等価応力に加えて、

(1) の例についてその影響を調べた。降伏ひずみが 0.5% の場合の計算結果をせん断応力の影響を考慮しない場合の結果とともにFig. 5 に示す。◇, △ は、それぞれの初期降伏点である。せん断応力の影響により初期降伏点・降伏後の挙動がともに大きく変化していることがわかる。

4. まとめ 薄肉断面立体骨組の非弾性有限変位解析の定式化を行い、簡単な場合についてねじれを含む面外挙動の計算を行った。より複雑な構造についても非弾性有限変位解析が可能である。

参考文献 1) Hasegawa, A et. al. : A CONCISE AND EXPLICIT FORMULATION OF OUT-OF-PLANE INSTABILITY OF THIN-WALLED MEMBERS, Structural Engineering/Earthquake Engineering, Vol. 2, No. 1 April 1985.

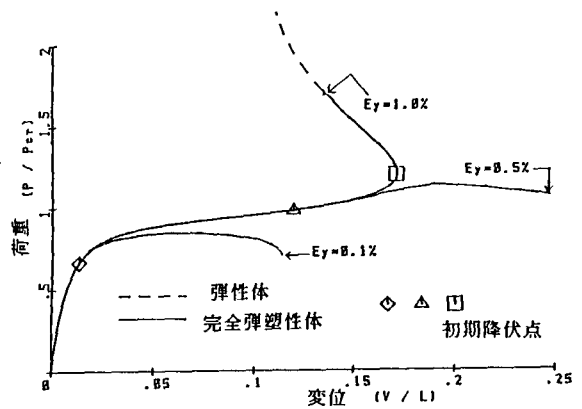


Fig. 3 荷重変位曲線 完全弾塑性体

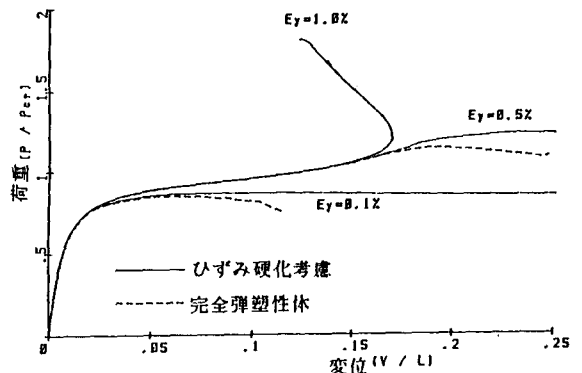


Fig. 4 荷重変位曲線 ひずみ硬化を考慮

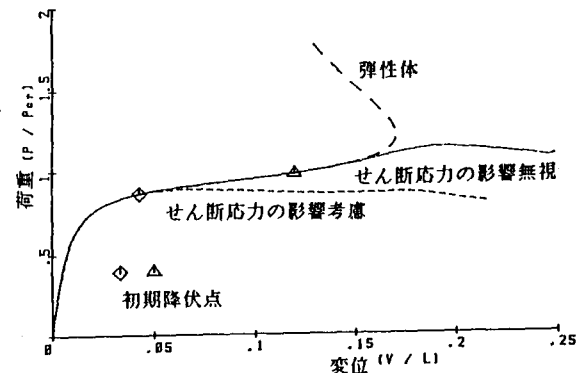


Fig. 5 荷重変位曲線 せん断応力の影響考慮 ($\epsilon_v = 0.5\%$)