I-52　マイコンによる構造非線形問題の数値解法に関する基礎的研究

高知高専　正員○勇　秀憲
日本構造物設計事務所　戸田　一夫
INA新土木研究所　橋村　学

1．はじめに

土木構造物の弾塑性大変形解析においては、幾何学的非線形性および材料的非線形性を有する複雑な複合非線形問題がその対象となる。現在大型計算機レベルの非線形数値解法として、従来からの増分法、反復法、Newton-Raphson法などに加えて、動的緩和法、摂動法、修正Newton-Raphson法、自己修正型の増分法・摂動法、初期値法、ホモトピー法等が開発され、各種構造系の非線形応答・挙動解析に適用されてきている。しかし、現在のところ完全に確立された汎用性の高い数値解法が十分に開発されているとは言い難く、構造系のいろいろな応答・挙動に対し適宜最適と考えられる解法を選択しなければならない。さて、座屈問題や振動問題等を対象にする場合、構造系の応答・挙動のを左右するのは本質的な低次（あるいは高次）の数個の現象モードであろう。元の多自由度系の問題を工学的に必要な本質的現象のみで記述された少自由度系の問題へ低次元化すれば、系に及ぼすパラメーターの影響も明確に表現できる。こうした低次元化された少自由度問題や元来少自由度の簡易構造モデルに対しては、むしろ大型計算機を用いるまでもなくマイクロコンピューター（以降、マイコンと記す）による数値計算で十分である。近年のマイコンの性能向上、高速化、低価格化及び機動性の高さからも十分にその役割を果たすものである。

本研究は、典型的な静的不安定現象を含む数種の弾性構造モデルに対し主にNewton-Raphson法（NR法）、摂動法（PM法）や自己修正型摂動法（SPM法）に基づく定式化を行ない[1,2,3]、演算時間、使用性、精度や誤差等に関し、各手法の数値実験による比較検討を通して合理的かつ有効な非線形数値解法の選択基準を明らかにしようとするものである。

2．構造非線形方程式

本研究で取り扱う弾性非線形連立方程式は[4]

$$\{f\} = [K]\{q\} - \{Q\} + \{Q^*\} = \{0\}$$

である。ここに、$[K]$は線形剛性マトリックス、$\{q\}$は一般化された変位ベクトル、$\{Q\}$は一般化された荷重ベクトルおよび$\{Q^*\}$は幾何学的非線形性による一般化された仮想荷重ベクトルで$\{q\}$の２次項以上の関数である。関数$\{f\}$は変位$\{q\}$による不釣り合い力（誤差）を表す。

対象とした構造モデルは、(a)飛移、(b)安定対称、(c)不安定対称および(d)非対称の４種の座屈モデルである。各モデルのポテンシャルエネルギーやその釣り合い方程式の具体的な誘導はここでは省略し[1,2]、特に各数値解法の一般的数値誤差特性について簡単に述べる。

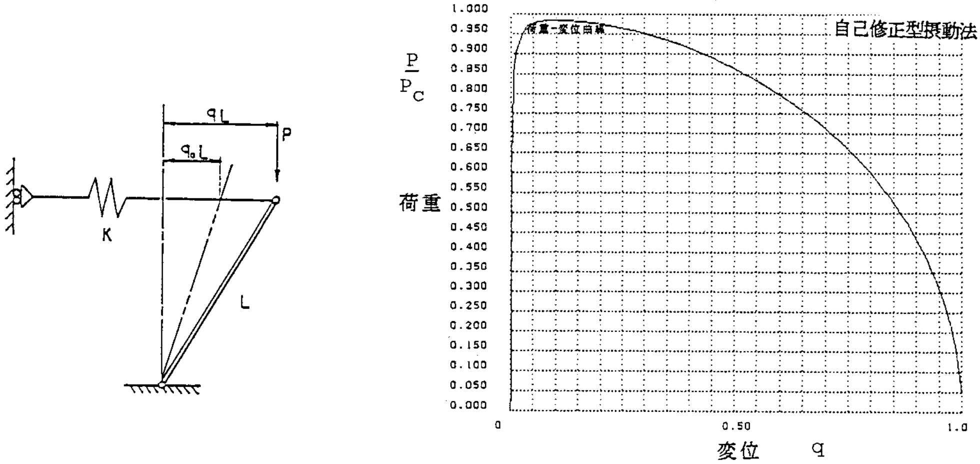
3．数値誤差特性

(1) ＮＲ法は、反復収束計算によるので計算誤差はほぼ一定の範囲内に抑えることができる反面、各荷重ステップごとの演算時間が比較的長くなる可能性がある。特に、釣り合いの特異点（座屈点や荷重極大点）自身やそれを越えて解を求めることが一般に不可能である。

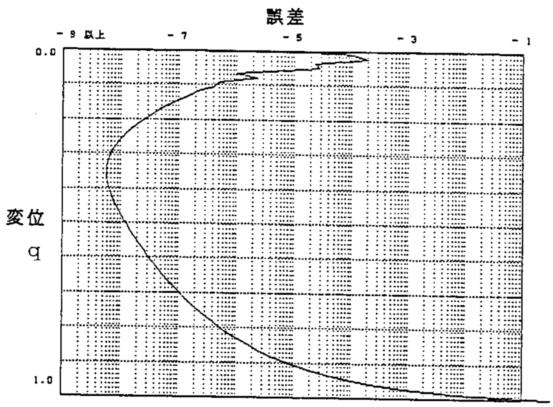
(2) ＰＭ法は、ＮＲ法とは異なり解が求まらない可能性は少ないが計算精度は一定せず、むしろしだいに増大する。もし、誤差をある一定範囲内に抑えたいならば、適宜摂動パラメーター（荷重増分あるいは変位増分）の大きさをかえてやる必要がある。それにともない計算量が増加し、計算時間が増大することになる。ただし、この解法は、ある程度の精度内で解を求める場合には非常に有利な解法である。

(3) ＳＰＭ法は、ＰＭ法に修正項を加えたものであるので数値特性はＰＭ法に近い。しかし、誤差が各ステップごとに修正され、計算量・計算時間が少し大きくなるが、最も厳密な解が得られるといえよう。

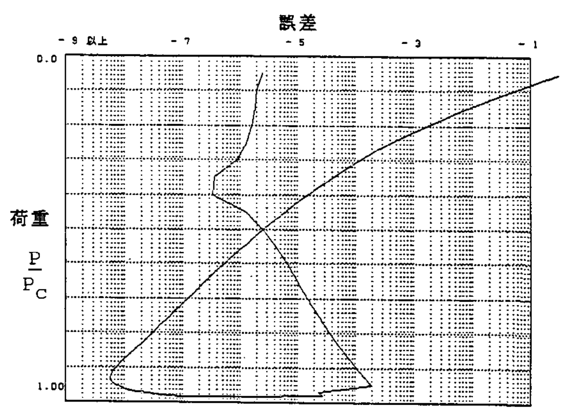
(4) マイクロコンピューターの誤差特性と大型計算機のそれを比較すると、両者はほぼ同様の傾向を示した。したがって、低自由度の構造系ではマイコンでも非線形方程式を十分に解析できるものと考えられる。
(5) 屈服・飛移座屈および安定対称座屈問題は非線形性が弱く、ＰＭ法やＳＰＭ法を適用するより、ＮＲ法によりかなり厳密に荷重－変位挙動を求めることができる。
(6) 不安定対称座屈および非対称座屈問題は非線形性が強く、また荷重極大点（特異点）が存在するため、計算量・計算時間が少し多くなるが誤差が修正できるＳＰＭ法が効率的である。



図－１　不安定対称座屈モデルと荷重－変位曲線



図－２　エラーノルム（誤差）－変位関係



図－３　エラーノルム（誤差）－荷重関係

4．数値計算例

図－１，２，３はそれぞれ構造モデル(c)（初期変位ｑo=0.001）に対しＳＰＭ法により得られた典型的な荷重－変位曲線、誤差の自乗和の平方根（エラーノルム）－変位関係とエラーノルム－荷重関係である。

本研究は、文部省昭和60年度科学研究費補助金の援助を受けた。ここに記して感謝する。なお、詳細は当日発表する予定である。

[1]戸田一夫：マイコンによる構造非線形連立方程式の解法，高知高専卒業研究，1985. [2]橋村学：マイコンによる構造非線形問題の汎用的解法，高知高専卒業研究，1986. [3]野邑敏之：構造解析における非線形連立方程式の効率的解法に関する基礎的考察，京都大学卒業論文，1983. [4]Stricklin, J. A., W. E. Haisler and W. A. vonRiesemann: Evaluation of solution procedures for material and/or geometrically non-linear structural analysis. AIAA Journal, Vol. 11, No. 3, 1973, pp. 292-299.