

I-37

面内力を受ける大形直交異方性扇形平板要素の剛性マトリックスの作成について

東洋技研コンサルタント(株) 正員 石川一美
 大阪工業大学 正員 岡村宏一
 建設省福井工事事務所 竹内勇喜

1. まえがき: 筆者は、さきに、少ない自由度で、長大な多径間平板構造の全体系と局所系を同時に解析し得る方法として、比較的大形の板要素の剛性マトリックスを導入し、リラクセーション法に属する一種の分配法を併用する方法を発表した¹⁾。そして、この方法の多径間曲線板構造への適用を試みるため、すでに、面外力を受ける大形扇形板要素の剛性マトリックスを作成し、それらを結合した基本的な解析を行ない良好な結果を得た²⁾。今回は引続き、面内力を受ける大形直交異方性扇形板要素の剛性マトリックスの作成を行なったので、その結果について報告する。

2. 直交異方性扇形板の基礎式と解

図-1に示すような、中空断面のスラブを考え、フラジ部分をシャイベ、腹部をはり部材とすると、面内力を受ける直交異方性扇形板の基礎式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \chi_1 \frac{\partial^4 \phi}{\partial r^4} + 2\chi_1 \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} + \frac{1}{r^2} \left\{ 2\chi_2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial r^2 \partial \alpha^2} - \chi_3 \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^2} \right. \\ & \left. + \frac{1}{r^2} \left\{ \chi_3 \frac{\partial \phi}{\partial r} - 2\chi_2 \frac{\partial^3 \phi}{\partial r \partial \alpha^2} \right\} + \frac{1}{r^4} \left\{ \chi_3 \frac{\partial^4 \phi}{\partial \alpha^4} + 2(\chi_2 + \chi_3) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha^2} \right\} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $\chi_1 = 1 - \alpha$, $\chi_2 = 1 + \nu \alpha$, $\chi_3 = 1 - \nu^2 \alpha$

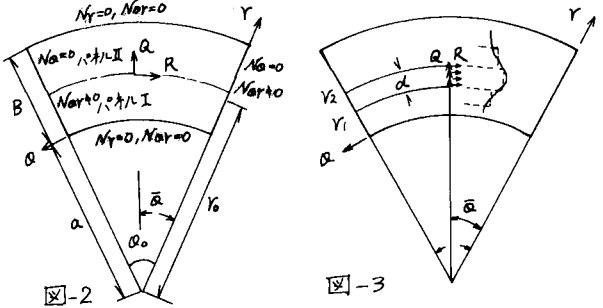
$$\alpha = \frac{ka}{1 + ka - \nu^2}, \quad ka = \frac{(1 - \nu^2) A \alpha}{b R}, \quad h = h_1 + h_2, \quad A \alpha: \text{腹部総断面積} (\sum \bar{A} \alpha), \quad \phi: \text{変位関数}$$

式(1)の解は次の形に与えられる。

$$\phi = \sum_m \left\{ A_m \left(\frac{r}{a} \right)^{\lambda_1} + B_m \left(\frac{r}{a} \right)^{\lambda_2} + C_m \left(\frac{r}{a} \right)^{\lambda_3} + D_m \left(\frac{r}{a} \right)^{\lambda_4} \right\} \sin \alpha_m \alpha \quad (2)$$

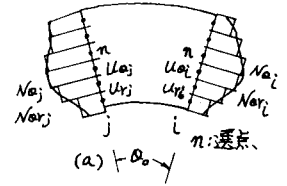
ここに、 $\lambda_1 = 1 + \beta_1$, $\lambda_2 = 1 - \beta_1$, $\lambda_3 = 1 + \beta_2$, $\lambda_4 = 1 - \beta_2$, $\beta_1 = \sqrt{(1 + \alpha m^2 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \beta)/2}$, $\beta_2 = \sqrt{(1 + \alpha m^2 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 - \beta)/2}$, $\bar{\beta} = \sqrt{d_m^4 (\bar{x}_2^2 - 4\bar{x}_1) + 2\alpha m^2 (\bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 + 4\bar{x}_2) + (\bar{x}_2 - 1)^2}$, $\bar{x}_1 = \chi_3 / \chi_1$, $\bar{x}_2 = 2\chi_2 / \chi_1$, $d_m = \frac{m\pi}{\alpha_0}$, A_m, B_m, C_m, D_m は未定常数である。

次に、今迄に自由な変位を与える板要素の剛性マトリックスを級数解と選点法の併用によって求める。ここでは、相対2辺($r=a, b$)は自由辺としている。材端力を与える力の分布を図-3に示すように、ある選点を含む分割区間で等分布する形に近似する。このような力による変位、断面力の影響係数を単級数の形で計算するために、図-2に示すような板の任意点に集中力(Q, R)を受ける場合の解を、式(2)の解を2つのパネルで接続する形で求め、さらに図-3の分布幅について積分し、それらを重ね合わせる。

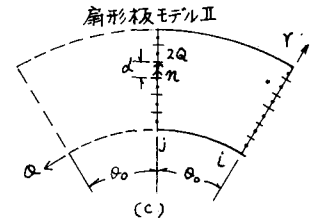
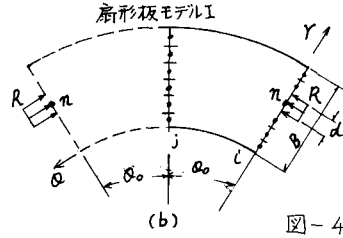


1) 岡村・石川: 小型計算機による多径間平板構造の解析, 土木学会論文集, No. 344, 1984. 2) 岡村・石川・春日: 多径間曲線平板構造の解析における大形平板要素の作成について, 年次大会, 1984.

3. 扇形板要素の剛性マトリックス：図-4(a)に示す節線(i, j)に任意の材端力（軸力 N_{θ} 、せん断力 $N_{\theta r}$ ）と材端変位（軸方向変位 u 、 u_r ）を持つ扇形平板要素の剛性マトリックスを、図-4(b),(c)に示すような開角(θ_0)を2倍にした扇形平板モデルⅠ、Ⅱを重ね合わせ、選点法によって作成する。材端力の分布は、分割された区間の選点における平均値で近似され、選点における材端変位と結ばれる。



4. 計算例：ここでは、扇形平板要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図-5(a)に、2パネル接続の扇形板に、部分線荷重を γ 方向に偏心載荷させた解析モデルを示す。図-5(a)に中空断面のスラブとした場合（直交異方性、 $K=3.73$ ）と充実断面（等方性、 $K=1.0$ ）とした場合の解析結果を示し、それぞれ、板を分割しないで単一板とした時の級数解と比較している。この結果、両者は有効数字4桁の一致を見た。図-6に、3パネル接続の扇形板に、部分線荷重を r 方向に偏心載荷させた時の解析モデルと、解析結果を示す。この場合も、単一板とした時の級数解と比較したが、有効数字4桁の一致を見た。



なお、本研究に際し、当時の大阪工業大学卒研究生の小松薫、加藤恭一、石黒正孝君の協力を得たことを記し、謝意を表す。

図-5(a)に、2パネル接続の扇形板に、部分線荷重を γ 方向に偏心載荷させた時の解析モデルと、解析結果を示す。この場合も、単一板とした時の級数解と比較したが、有効数字4桁の一致を見た。

E : 弾性係数 $K=1+K_0$
 $b/a=2.0$
 l : 中央の円弧長 $V=0.3$

$b/a=2.0, V=0.3$

図-6(a)

---- 等方性の場合 ($K=1.0, \circ$) ** : 級数解
 —— 直交異方性の場合 ($K=3.73, \times$) * : 本解析値

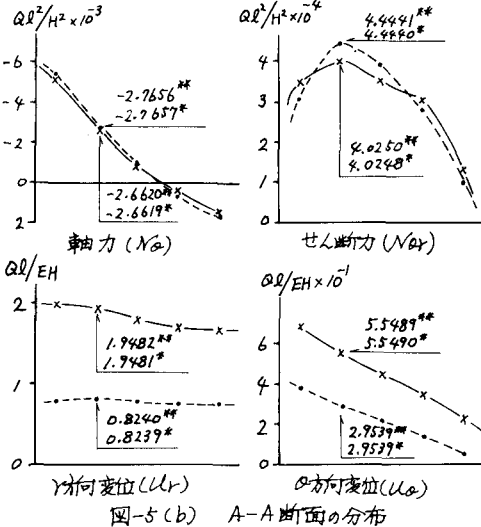


図-5(b) A-A断面の分布

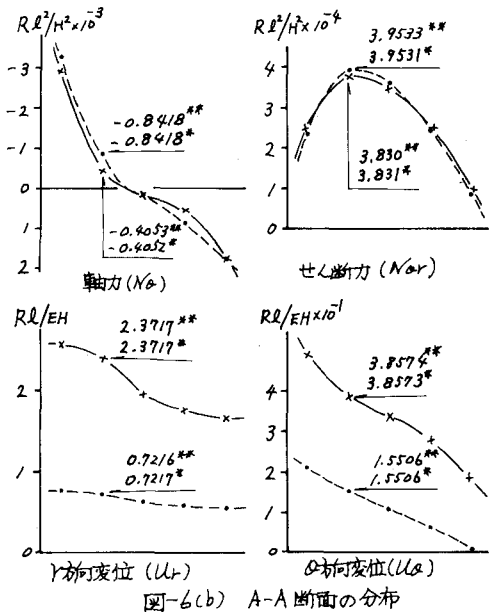


図-6(b) A-A断面の分布