

東海大学海洋学部 正員 川上 哲太郎

東海大学海洋学部 正員 北原 道弘

1. はじめに

本研究は、弾性構造物—流体系における動的相互作用問題の解析に対し、積分方程式法を適用したものである。弾性構造物と海洋波動との動的相互作用問題に関する研究は少なく、Zienkiewicz ら¹⁾による有限要素法を用いた研究や、登坂ら²⁾による境界積分方程式法による連成固有値問題の解析が行われているにすぎない。また、波力をモリソン式により算定した海洋構造物の解析は、竹宮、³⁾河野らにより行われている。

本研究における解析は次に示すような過程に従って行った。1) 構造物を任意形状の線形弾性体と仮定し、この弾性構造物の変位および、流体の速度ポテンシャルに関する境界値問題を、Green の公式を用いて積分方程式に変換する。2) この積分方程式を弾性体—流体共通の境界上での連続条件により接続し、弾性体—流体系に対する境界積分方程式系を定式化する。3) 得られた境界積分方程式系を2次のアイソパラメトリック要素を用いて離散化し、数値解析を行うことにより、境界上での弾性体の変位および速度ポテンシャルを求める。4) 速度ポテンシャルより流体圧の算定を、また、弾性体の変位を共変微分することにより、縁応力(hoop stress)の算定を行う。

本解析法は、大型化・多様化する海洋構造物の変形特性の解明および、応力集中問題等の検討に対し、有用な手法であると考ええる。

2. 解析法

等方・均質・線形な弾性体および非圧縮性完全流体に関する基礎式は、定常状態において次のようになる。

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \rho \omega^2 u = 0 \quad (\text{弾性体}) \quad (1) \quad \Delta \Phi = 0 \quad (\text{流体}) \quad (2)$$

ここに、 u は変位ベクトル、 ρ は密度、 λ , μ はLame定数、 ∇ はナブラ作用素を表し、また、 Δ はラプラシアン、 Φ は速度ポテンシャルである。

弾性体および流体の境界上における変位および速度ポテンシャルに関する積分表現は、基本解 U および G を用いてそれぞれ次のように表される。

$$C_d^+ u(x) = \int_S [U(x, y; \omega) \cdot \{T^+ u(y)\} - \{T^+ U(x, y; \omega)\} \cdot u(y)] dS_y \quad (\text{弾性体}) \quad (3)$$

$$C_d^+ \Phi(x) = \int_S \left\{ G(x, y) \frac{\partial \Phi(y)}{\partial n} - \frac{\partial G(x, y)}{\partial n} \Phi(y) \right\} dS_y \quad (\text{流体}) \quad (4)$$

ここに、 U, G は次のようである。

$$U = \frac{i}{4\mu} [H_0^{(1)}(k_T r) \mathbf{1} + \nabla \nabla \cdot \{H_0^{(1)}(k_T r) - H_0^{(1)}(k_L r)\}] \quad (5) \quad G = \frac{1}{2\pi} \log \frac{1}{r} \quad (6)$$

ここに、 $r = |x - y|$, $\mathbf{1}$ は単位テンソル、 k_T, k_L は縦波、横波の波数、 $H_0^{(1)}(\cdot)$ は第一種 0 次のハンケル関数である。また(3), (4) 式における C_d^+, C_d^- は 2 重層ポテンシャルの free term の係数である。

弾性体・流体共通の境界において、次に示すような表面力および法線方向の速度に関する連続条件により、弾性体—流体系に対する境界積分方程式系を定式化することが出来る。

$$t = -n P = -n i \bar{\rho} \omega \Phi \quad (t; \text{応力ベクトル}, P; \text{流体圧}, \bar{\rho}; \text{流体密度}, n; \text{外向法線ベクトル}) \quad (7)$$

$$-i \omega u \cdot n = v \cdot n = (\nabla \Phi) \cdot n \quad (v; \text{速度ベクトル}) \quad (8)$$

したがって問題は、(3), (4) 式および(7), (8) 式より得られる境界積分方程式系を、所要の境界条件のもとで解

くことに帰着される。本解析では、境界積分方程式系を2次のアイソパラメトリック要素を用いて離散化し、境界上の変位および速度ポテンシャルを未知量とする連立一次方程式に変換する。この連立一次方程式を解くことによって得られた速度ポテンシャルより、構造物に作用する流体圧が算定され、さらに、得られた構造物の変位を共変微分することにより縁応力の算定を行うことが出来る。

3. 数値解析例

Fig.1 に示すようなモデルについて、波数をそれぞれ $k=0.5, 5.0, 10.0$ とするような入射波に対し、構造物 ($G=0.5 \times 10^5 \text{ kgw/m}^2$) の境界上の変位 (u/a^i)、垂直応力 ($\tau_{nn}/\rho g a^i = -p/\rho g a^i$) および縁応力 ($\tau_{\theta\theta}/\rho g a^i$) の分布を示したのが Fig.2 である。

Fig.2 より、構造物の変位および応力が、入射波波数が大きくなるにつれて、小さくなっていくことが判る。また、垂直応力は、入射波波数が大きくなると、波の入射側で大きく、透過側で小さくなる傾向が顕著に表れる。

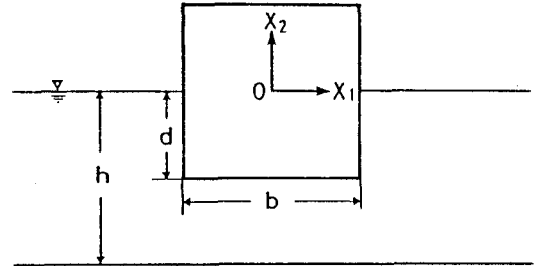


Fig. 1 Numerical model

縁応力は、構造物の中央部付近および波の入射側前面部において大きくなる傾向がある。

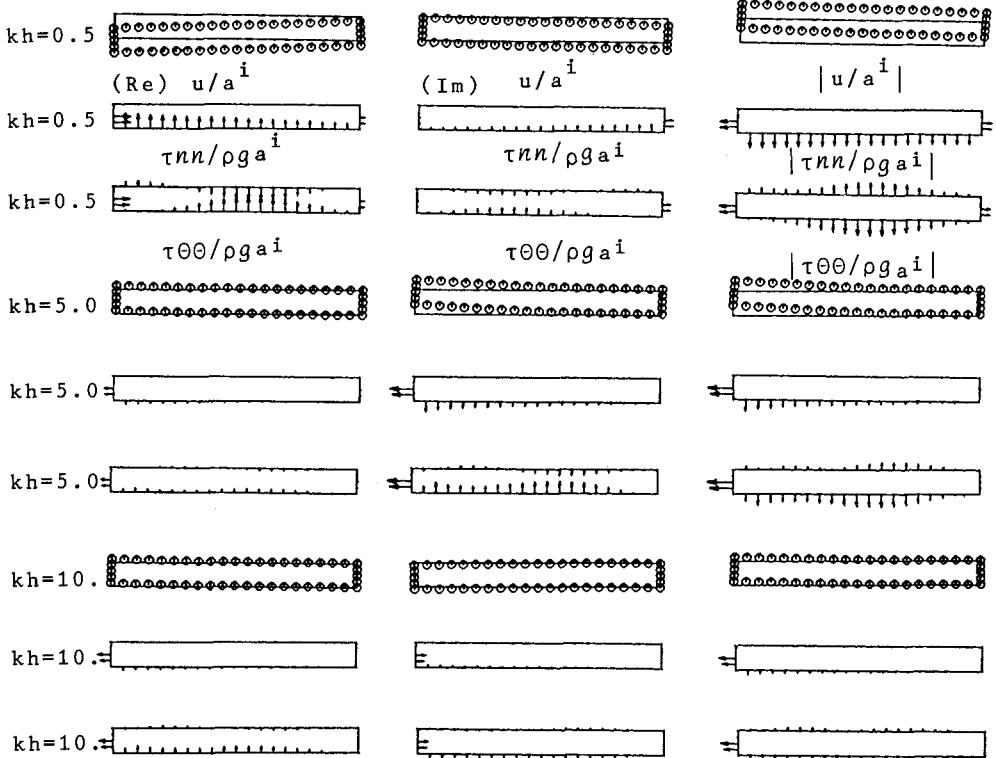


Fig. 2 Deformation of structure and Distribution of stress
($d/h=0.1, d/b=0.05, a^i/h=0.05$)

参考文献

- 1) Zienkiewicz, O.C. and Betts, P., Fluid-Structure Dynamic Interaction and Wave Forces, An Introduction to Numerical Treatment, International Journal for Num. Meth. Engng. VOL. 13, 1-16 (1978).
- 2) Tosaka, N., Numerical Analysis of Coupled Fluid-Elasticity Systems Using the Boundary Elements Method, Boundary Elements, Springer-Verlag, 1005-1016, 1983.
- 3) 竹宮、飯田、合田：ジャケット式海洋構造物の3次元地震応答性状、第40回土木学会年講(1)、779-780、1985
- 4) 河野、小正：地盤-海洋構造物の波浪応答解析、第40回土木学会年講(1)、781-782、1985