

I-23

2次元弾性体の形状最適化のための要素自動分割と要素面積均一化について

八戸工業大学 正会員 長谷川 明

1. はじめに

連続構造の形状最適化を行なう際、その試行過程で要素分割が有限要素解析上不都合な場合、すなわち各要素面積が不均一となったり、あるいは要素の形がいびつとなる問題が発生する。このため、前者によって最適化が思うように進まないこととなり、後者によると有限要素解析ひいては影響係数の計算精度に問題を起こすこととなる。したがって、連続構造の形状最適化においては、目的と制約に応じた外周節点の座標改訂とともに、外周節点を移動させず再分割を行なって内部の節点座標を次の試行のため改善しておく必要がある。本論はこの分割方法について、初期形状から有限要素解析に引き渡すための要素自動分割と試行時のための要素面積を均一化する再分割手法を導入し、これを形状最適化過程に適用した時の効果について述べたものである。

2. 形状最適化の全体の流れと初期要素自動分割

図1に形状最適化の全流れ図を示す。自動分割の流れは図2に示すもので、与えられた形状を次の手順¹⁾によって細かく分割し、2次元弾性問題の有限要素解析に必要なデータファイルを会話型処理で作成する。

- 1) 形状を認識するために必要な外周節点を会話形式で入力する。
- 2) 1) の多角形に対角線を引き順次三角形に分割する。これは対角線の短いものから作業するが、会話形式で選択することもできる。
- 3) 各三角形の3辺が指定された基準長さより長い場合その辺の中点に節点を新たに発生させ、1個の三角形要素から2ないし4個の小さな三角形要素を作成する。
- 4) 各三角形の3辺が基準長さより短くなるまで3) を繰り返す。
- 5) 3) によって新たに発生させた節点、あるいは要素の中で互いに重複しているものを取り去りデータファイルを作成する。

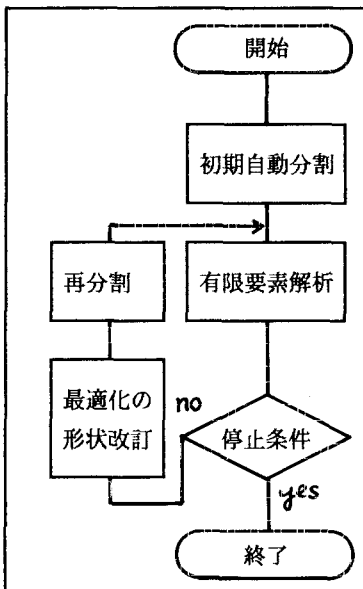


図1 全体の流れ図

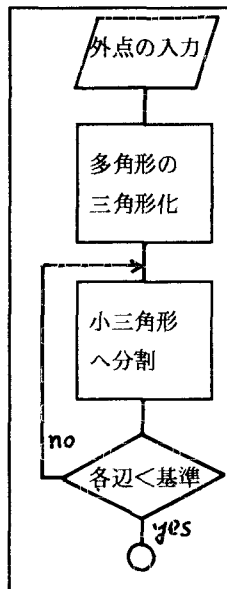


図2 自動分割の流れ図

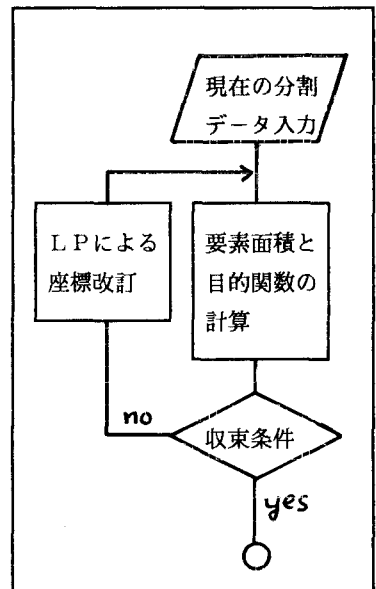


図3 再分割の流れ図

3. 要素再分割手法

要素面積の不均一性を(1)式により評価することとし、各要素面積が平均化しているとの制約条件(2)式のもとで(1)式を最小化する移動可能な節点座標 X_i を逐次線形計画法(SLP)により求める方法をとった。

$$Z = \sum_{j=1}^{ne} (A_j - A_{ave})^2 \quad (1) \quad (1 - \varepsilon) A_{ave} \leq A_j \leq (1 + \varepsilon) A_{ave} \quad (2)$$

ここで A_j : 要素jの面積、 ne : 要素総数、 A_{ave} : 要素面積の平均値、 ε : 定数 ($0 < \varepsilon < 1$)

このフローチャートを図3に示す。この時使われる要素面積の節点座標による微係数 $\partial A_j / \partial X_i$ は要素jを構成する節点番号を k, l, m とすると要素面積 A_j は

$$A_j = (X_l Y_m - X_m Y_l + X_m Y_k - X_k Y_m + X_k Y_l - X_l Y_k) / 2 \quad (3)$$

と表わされるため、

$$\begin{aligned} \partial A_j / \partial X_k &= (Y_l - Y_m) / 2 & \partial A_j / \partial X_l &= (Y_m - Y_k) / 2 & \partial A_j / \partial X_m &= (Y_k - Y_l) / 2 \\ \partial A_j / \partial Y_k &= (X_m - X_l) / 2 & \partial A_j / \partial Y_l &= (X_k - X_m) / 2 & \partial A_j / \partial Y_m &= (X_l - X_k) / 2 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

4. 形状最適化への適用例とその効果

この要素面積均一化再分割手法を形状最適化に適用することによる効果を検討した。この時、最適化は各要素の相当応力 $\bar{\sigma}_i$ が基準とする相当応力(基準応力 $\bar{\sigma}_0$)に近づくことを目的として座標変更を行なった。図4は左側を固定し右端中央に鉛直荷重を受けるモデルの試行に伴う形状と各要素形状の変化を描いたものである。再分割をしない場合(図4の上段)、形状は改善されているようであるが、試行が進むに連れ要素面積の不均一性が見られ、さらに要素形状がいびつとなっている。このため改善は停滞している。これに対し、毎回の試行過程で本再分割手法を取り入れると図4の下段に示す形状および分割状態となり、要素面積が均一化され、これに伴い最適化は円滑に進行し、また解析上の精度も高いものと思われる。また全面積、平均相当応力の変化を調べてみると、この再分割手法を適用することによって、同じ改善を得るのに必要な試行回数は1/2から1/3に短縮している。

5. おわりに

本論で述べた初期自動分割、最適化、再分割の流れが一貫した作業で行なえ、また汎用性を持つと、この形状最適化の計算はより効率的となるものと考えている。しかし、要素面積の均一化について幾分解決されたものの要素形状がいびつとなることへの対策とはなっていない。また、最適化を行なった分割を内部だけとはいいながら再分割するとその影響が次の解析値に現れるという問題がある。このため今後は応力、変位に対する最適化と同時に次の試行にとって好ましい座標変更を行なえる方法を検討する必要がある。

<参考文献>

1) 尾田 十八、山崎光悦、有限要素自動分割の現状とその利用法、(1)、(2)、(3)、機械の研究、37巻、6-8号

2) 長谷川 明、連続構造の最適化について、昭和58年度土木学会東北支部技術研究発表会

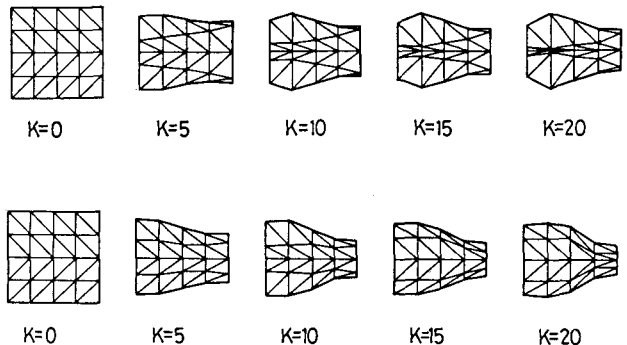


図4 形状と要素分割の変化(上:再分割せず、下:毎回再分割)