

I-9

表面移動荷重を受ける半無限多孔質弾性体の非定常応答

山梨大学・工学部 平島 健一
横浜市役所 笠岡 広一
山梨大学・大学院 谷口 信博

1. 緒言 等方性の多孔質弾性体 (poroelastic medium) において、固体と多孔質部分を満たしている場合 (飽和多孔質弾性体の場合) には、3種類の波すなわち、せん断波と2つの散張波が存在し、散逸がなければ、それぞれ一定速度で伝播する。本文では、散逸のない半無限の飽和多孔質弾性体の表面と移動する荷重によって生じる媒体の応力、変位等の力学量の時間応答に対する閉じた型の解析解を求め、その数値結果を例示する。解析手法は著者の一人による古典的な弾性体に対する取り扱い^(1,2)と本質的に同じであり、基礎方程式の Fourier-Laplace 変換した結果の形式解を求めた後、逆変換を実行するものである。Laplace 逆変換には ^(6~8)Cagniard の手法を用いることになる。^(3,4)同様の問題の初等的、形式的な解を求めた幾つかの論文が列記できる。

2. 基礎方程式とその解析 まず、空間 $z \geq 0$ と占める均質等方な飽和多孔質性の半無限弾性体と考へ、時刻 $t=0$ で表面 ($z=0$) に垂直および水平に集中線荷重が作用し、その後、 x 軸方向に沿って一定速度 c で移動する問題と設定する。したがって、 y 方向には平面ひずみ状態 ($u_y=0$) であるような2次元問題になっている。^(3,4)Broch の理論によれば、構成関係式として、次式が成立する。

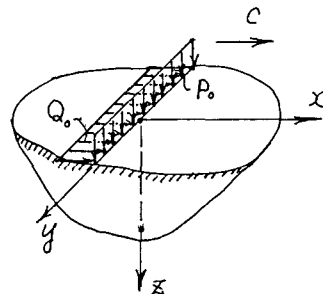


Fig.1 半無限体と表面と移動する線荷重

$$\sigma_x = 2Ne_x + De + Q\varepsilon, \sigma_z = 2Ne_z + De + Q\varepsilon, \tau_{xz} = N\gamma_{xz}, \sigma_p = Qe + R\varepsilon \dots (1)$$

$$\Rightarrow e_x = u_{x,x}, e_z = u_{z,z}, \gamma_{xz} = u_{x,z} + u_{z,x}, e = e_x + e_z, \varepsilon = u_{x,x} + u_{y,y} + u_{z,z} \dots (2)$$

u_x, u_z はそれぞれ、固体部分および流体部分の平均変位成分である。

運動方程式に式(1)を代入整理すれば、例えば x 軸方向の運動方程式として次式を得る。

$$N \nabla^2 u_x + (D+N)e_{x,x} + Q\varepsilon_{x,x} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p_{11}u_x + p_{12}u_z), Qe_{x,x} + R\varepsilon_{x,x} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p_{12}u_x + p_{22}u_z), \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dots (3)$$

z 方向についても同様の式が成立する。= として得られた式を分散成分と回転成分に分解する。次のようになる。

$$(D+2N) \nabla^2 \psi + Q \nabla^2 \psi = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p_{11}\psi + p_{12}\psi), Q \nabla^2 \psi + R \nabla^2 \psi = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p_{12}\psi + p_{22}\psi), N \nabla^2 H = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p_{11}H + p_{12}Q), 0 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p_{12}H + p_{22}Q) \dots (4)$$

$$\Rightarrow \psi = \text{div } u, \psi = \text{div } w, H = \text{curl } u, Q = \text{curl } w, u = u_x e_x + u_z e_z, w = w_x e_x + w_z e_z \dots (5)$$

また、 p_{ij} は密度であり、固体密度を ρ_s 、流体密度を ρ_f とする。 $\rho_s = p_{11} + p_{12}$ 、 $\rho_f = p_{12} + p_{22}$ の関係がある。

変位成分および応力成分とポテンシアル ψ, ψ を用いて表示する。次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \psi_{,x} - H_{,z}, u_z = \psi_{,z} + H_{,x}, w_x = \psi_{,x} - Q_{,z}, w_z = \psi_{,z} + Q_{,x}, \sigma_x = D \nabla^2 \psi + Q \nabla^2 \psi + 2N(\psi_{,xx} - H_{,xz}), \\ \sigma_z &= D \nabla^2 \psi + Q \nabla^2 \psi + 2N(\psi_{,zz} + H_{,xz}), \tau_{xz} = N(2\psi_{,xz} + H_{,xx} - H_{,zz}), \sigma_y = D \nabla^2 \psi + Q \nabla^2 \psi, \sigma_p = Q \nabla^2 \psi + R \nabla^2 \psi. \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

次に、 $z=0$ における境界 (荷重) 条件は Fig.1 に示した問題設定から、次のように書き表わされる。

$$\sigma_{xx}(x,0;t) = \sigma'(x,t) = -P_0 \delta(x-ct) \hat{H}(t), \tau_{xz}(x,0;t) = \tau'(x,t) = -Q_0 \delta(x-ct) \hat{H}(t), \sigma_p(x,0;t) = \sigma_0(x,t) (=0) \dots (7)$$

= には、 δ および $\hat{H}(t)$ はそれぞれ Dirac のデルタ関数および Heaviside のステップ関数である。

「またと之は、変位 u_x について Fourier 変換、Laplace 変換を次のように定義する。

$$\text{Fourier 変換: } u_x^*(R,z;t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_x(x,z;t) e^{-ikx} dx, \text{ Laplace 変換: } \bar{u}_x^*(R,z;p) = \int_0^{\infty} u_x^*(R,z;t) e^{-pt} dt \dots (8)$$

= の逆変換もそれぞれ、次のようになる。

$$\text{Fourier 逆変換: } u_x(x,z;t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u_x^*(R,z;t) e^{ikx} dR, \text{ Laplace 逆変換: } u_x^*(R,z;t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{u}_x^*(R,z;p) e^{pt} dp \dots (9)$$

= には、 γ は Laplace 積分の収束座標である。

これから基礎式(4)~(6)と境界条件式(7)の Fourier-Laplace 変換を行ない、 x に肉する常微分方程式を解き、放射

条件,境界条件を考慮して係数と定める。次に Fourier 変換, Laplace 変換を行ない、閉じた型の解析解を求める手順の詳細は著者の先の論文に譲り、ここでは省略する。

3. 数値計算例

数値計算に用いた力学定数は Falt⁵ により与えられたものを利用した。(石油館の砂点) 各々の位相速度は次のようになっている。(波速: 横波速度)

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= 2075 \text{ m/sec}, v_1/v_2 = 1.960 \\ v_1/v_3 &= 2.155 \end{aligned} \right\}$$

横軸は無次元化距離, 縦軸は無次元化応力とせり, 表面せん断荷重 Q_0 が速度 $C (=0.5v_3, 0.9v_3)$ で移動する場合の計算例を, 作用後の経過時間 T (sec) とパラメータとしてプロットしたものが Fig. 2~5 である。図中には多孔質内の流体部分と伝播する波動(位相速度 v_2 の縦波)の存在しない「古典的弾性体(縦波 v_1 , 横波 v_3)」に対する結果は若干に、その場合で非定常項を無視した結果も示す水でいる。

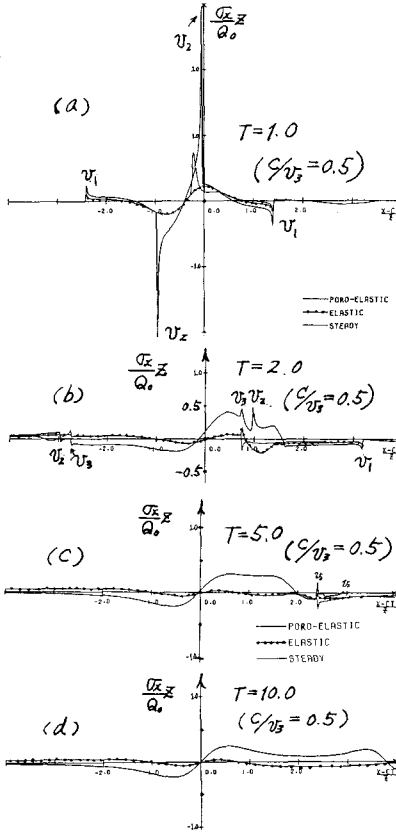


Fig. 2 応力 σ_x の分布図

Fig. 2~4 は荷重速度 $C = 0.5v_3$ の場合の σ_x , σ_z , τ_{xz} および σ_p の分布を示したものである。例えば, Fig. 2(a)にみよと固体部分の縦波 v_1 , 横波 v_3 によって生じるピークの他に流体部分の縦波 v_2 によるピークも観察される。応力分布は横軸の -0.5 付近を中心にして左右対称軸となっておりのは横軸座標を $(x-CT)/l$ にしたためである。同(b)図では(a)の場合のようないくつかのピークとは異なるが, 例えは v_2 のすぐ後に横波 v_3 のピークが確認できる。同(c)図では座標軸の左側では, ほぼ定常状態となり縦波, 横波の影響はほとんど図中には現れなくなっている。Fig. 5 は流体部分に作用する応力 σ_p の分布図で, 古典弾性体では勿論存在しない。Fig. 6 は $C = 0.9v_3$ の場合である。

4. 結言 その他の結果や考察については学会当日に発表する。

参考文献

- 1) Higuchi, N. & Hirasima, K., Theor. Appl. Mech. 27(1977), p. 359
- 2) 平島・Achenbach, 土木学会論文集, No. 341 (1984), p. 97.
- 3) Broet, H. A., J. Acoust. Soc. Am., 28 (1956), p. 163
- 4) Broet, H. A. & Willis, D. C., J. Appl. Mech. (1957), p. 594
- 5) Falt, I., J. Appl. Mech. (1959), p. 296.
- 6) Paul, S., Pure Appl. Geoph. 114 (1976), p. 605
- 7) Jones, J. P., J. Acoust. Soc. Am., 33 (1961), p. 959.
- 8) Bal, P. C., J. Acoust. Soc. Am., 74 (1983), p. 586
- 9) Mei, C. C. et al., Wave Motron, 1 (1985), p. 129.

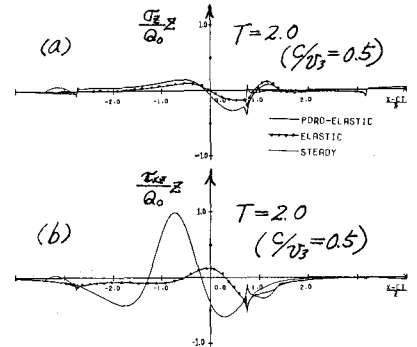


Fig. 3 応力 σ_z , τ_{xz} の分布図

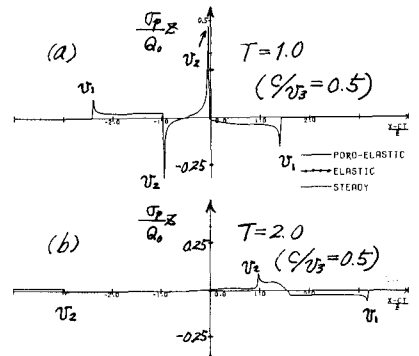


Fig. 4 応力 σ_p の分布図

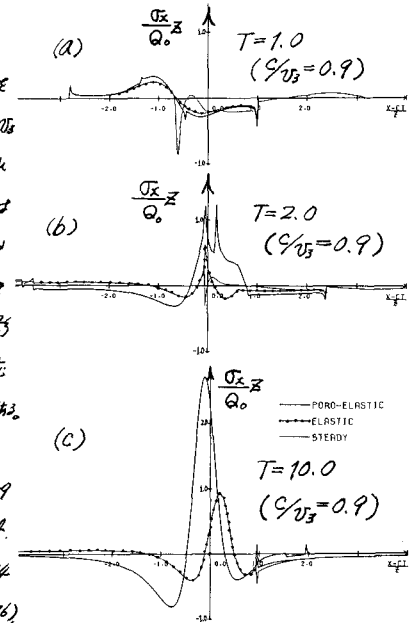


Fig. 5 応力 σ_x の分布図 ($v_1/v_3 = 0.9$ の場合)