

I-5

エネルギー最小化によるトラス構造物の複合非線形解析法に関する考察

愛媛大学工学部 正会員 ○大久保 禎二
宇部興産(株) 正会員 和多田 康男
愛媛大学大学院 学生員 藤 協 敏夫

1. まえがき

著者らは、これまでにエネルギー原理および数値計画法により、材料の非線形性を考慮したトラス構造物の解析法に関する研究を行い、全コンプリメンタリエネルギーをSQPを用いて最小化することにより、きわめて能率的に非線形解析が行えることを明らかにしているが¹⁾、本研究では、この方法をさらに拡張して、材料の非線形性のみならず有限変形の影響をも考慮したトラス構造物の複合非線形解析法について考察を行った結果について述べるものである。

2. 解法の概要

エネルギー原理にもとづき構造物の複合非線形構造解析を行う方法として、本研究では各部材の応力—ひずみ関係、力の釣合方程式、および変位の適合条件式のいずれもが、最終的に満足している状態においてエネルギーを最小化することにより解を決定する方法について考察を行った。

周知のごとく、最小コンプリメンタリエネルギーの原理により、力の釣合方程式のもとでコンプリメンタリエネルギーを最小化することにより、真の部材力を決定することができる。また、最小ポテンシャルエネルギーの原理により、変位の適合条件式を満足するようにポテンシャルエネルギーを最小化することにより、真の部材の伸びおよび節点変位を求めることができる。本研究で対象としているような材料の非線形性および構造物の変形の影響が大きな構造物では、部材のひずみおよび節点変位の変化が構造物の全コンプリメンタリエネルギーおよび全ポテンシャルエネルギーにおよぼす影響が大きくなるので、できる限り正確に最終的な各部材のひずみおよび節点の変形状態を求める必要がある。

そこで、本研究では、上記の2つのエネルギー原理のそれぞれの長所を利用し、次のような解析アルゴリズムにより、トラスの複合非線形問題を解くこととした。すなわち、

- ①. 与えられた幾何形状において、次のコンプリメンタリエネルギー最小化問題を解き、各部材の軸力 N を求める。

$$\begin{aligned} &\text{Find } N, \text{ such that} \\ &\text{minimize: } \Pi_c(N) = \sum_{i=1}^n \beta_i(N_i) \\ &\text{subject to: } g = P - CN = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 Π_c : トラス構造物の全コンプリメンタリエネルギー

$\beta_i(N_i)$: 部材 i のコンプリメンタリエネルギー

$g = [g_1(N), \dots, g_m(N)]^T$: 各可動節点における力の釣合方程式

$P = [P_1, \dots, P_m]^T$: 外力ベクトル

C : 与えられた幾何形状における軸力 N の荷重 P

方向への変換マトリックス

m : 自由度, n : 部材数

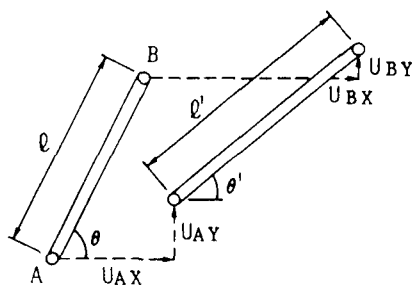


図-1 トラス部材の有限変位

- ②. ①で求めた軸力 N および各部材の使用材料の応力—ひずみ関係を用いて、各部材の伸び δ を求め、次式により節点変位 u の近似値を算定する。

$$\delta = C^T u, \quad u = (CC^T)^{-1} C \delta \quad (2)$$

- ③. ②で求めた節点変位 u によりトラスの幾何形状を修正し、

$$C \rightarrow C' \quad (3)$$

修正された C' を用いて次のポテンシャルエネルギー最小化問題を解き、節点変位 u を真の値 u' に近づける。

Find u' , such that

$$\text{minimize: } \Pi_P(u') = \sum_{i=1}^n \alpha_i(u') - P^T u' \quad (4)$$

ここに、 Π_P : トラス構造物の全ポテンシャルエネルギー

$\alpha_i(u')$: 部材 i のポテンシャルエネルギー

- ④. ③で改良した節点変位 u' により、トラスの幾何形状を修正する。軸力 N 、節点変位 u の収束度をテストし、収束していれば最終解が得られたことになる。収束していなければ step ①にもどり、解の改良をくり返す。

上記の step ①および step ③における $\Pi_C(N)$ および $\Pi_P(u')$ の最小化問題は、文献 [1] における検討結果より SQP を用いて解いている。

3. 計算例

上記の方法により種々の不静定トラスの複合非線形解析を行ったが、図-2に示す応力—ひずみ関係を有する材料より成る11部材トラス（図-3）の解析例および荷重増分法による解との比較を表-1および表-2に示す。

このトラスでは、上記の解析アルゴリズムにより step ①→②→③→①の過程を経て N および u が一定値に収束した。最終解を得るために必要とした2回のstep①における Π_C の最小化過程でのSQPの反復回数はそれぞれ5回であった。また、式(2)により u の近似解が得られているので step ③における u に関する Π_P の最小化もきわめて能率的に行われ、わずかに5回のSQPの反復改良で u' の値が一定値に収束している。なお、このトラスの部材の伸びの最大値は 1.18% であった。

この解を幾何剛性マトリックスを用いた荷重増分法の解と比較すると、各部材の軸力、節点変位ともに極めて高い精度で一致している。また、有限変形の影響を考慮せず、材料の非線形性のみを考慮した場合の解と比較すると、部材により軸力が増減しているが最大 2.3% 変化している。なお、有限変形が軸力分布に与える影響は構造物の幾何形状や荷重の大きさにより変化し、計算例によっては 20% 程度増減しているものもある。

さらに多くの計算例を検討した結果、本研究で提案している方法により効率的にトラス構造物の材料および有限変形の影響を考慮した複合非線形解析を行えることが明らかとなった。

表-1 本解析法と荷重増分法の軸力、伸びの比較

部 材 番 号	材料非線形性のみ考慮			本解析法 (複合非線形解析)			荷重増分法 (複合非線形解析)		
	軸力 (ton)	伸 び (cm)	ひずみ (%)	軸力 (ton)	伸 び (cm)	ひずみ (%)	軸力 (ton)	伸 び (cm)	ひずみ (%)
1	180.1	1.784	0.357	183.6	1.844	0.369	183.4	1.842	0.368
2	180.1	1.784	0.357	183.5	1.833	0.366	183.4	1.842	0.368
3	-219.9	-2.440	0.488	-216.9	-2.375	0.475	-217.1	-2.379	0.476
4	-254.7	-4.374	0.619	-254.6	-4.343	0.614	-253.9	-4.325	0.612
5	311.0	6.082	0.860	306.0	5.970	0.844	306.3	5.980	0.846
6	360.2	5.514	1.103	352.0	5.357	1.071	350.2	5.311	1.062
7	311.0	6.082	0.860	306.0	5.970	0.844	306.3	5.980	0.846
8	-254.5	-4.374	0.619	-254.7	-4.344	0.614	-253.9	-4.325	0.612
9	-219.9	-2.440	0.488	-216.8	-2.375	0.475	-217.1	-2.379	0.476
10	-219.9	-2.440	0.488	-215.3	-2.348	0.470	-215.4	-2.351	0.470
11	-219.9	-2.440	0.488	-215.3	-2.348	0.470	-215.4	-2.351	0.470
ENERGY ¹⁾	4228933.9			4110605.7			4089343.0		
ITE ²⁾	5			5+5+5 (3)			20		

1): コンプリメンタリエネルギー(kg・cm)

2): 各stepにおけるSQPの反復計算回数(回)、()内は幾何形状の修正回数
ただし、荷重増分法では線形構造解析回数を示す。

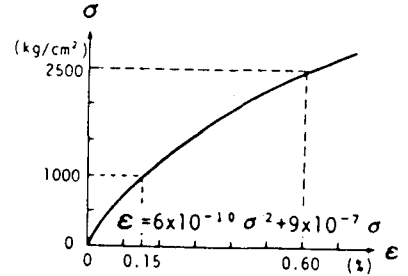


図-2 応力—ひずみ関係

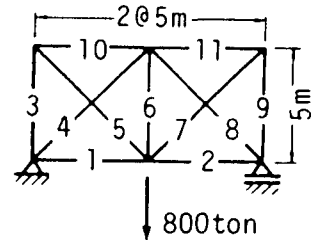


図-3 11部材トラス

表-2 本解析法と荷重増分法の変位の比較

自由 度 番 号	本解析法		荷重増分法	
	変 位 (cm)	変 位 (cm)	変 位 (cm)	変 位 (cm)
1	1.600	1.649		
2	-13.196	-13.119		
3	3.160	3.298		
4	-0.751	-0.741		
5	-2.447	-2.404		
6	1.660	1.649		
7	-7.851	-7.837		
8	4.106	4.039		
9	-2.417	-2.404		
ENERGY ¹⁾	4110605.7	4089343.0		
ITE ²⁾	5+5+5 (3)	20		

1): コンプリメンタリエネルギー(kg・cm)

2): 各stepにおけるSQPの反復計算回数
(回)、()内は幾何形状の修正回数。
ただし、荷重増分法では線形構造解析
回数を示す。

参考文献: 1) 大久保禎二, 和多田康男: エネルギー原理およびSQPによるトラス構造物の材料非線形解析法に関する研究, 土木学会論文集 (投稿中)