

I-2 構造解析における数値誤差に関する基礎的研究

三井造船	正員	松本 巧
三井造船	正員	曾我 明
岡山大学	正員	谷口健男

1. まえがき

近年、構造解析の分野で有限要素法は広く用いられており、電算機の発達と解析プログラムの普及により大規模で複雑な系の解析まで行なえるようになってきている。これらの解析は最終的に連立一次方程式を解く問題に帰着される場合が多く、一般に消去法を用いて解かれている。しかし、この手法で得られた解は丸め誤差や桁落ちによる数値誤差を含むが、系が大きくなるにつれて無視できなくなる場合が多い。この数値誤差の防止に関しては文献1), 2)で述べられているが、これらの文献の中で用いられた剛性行列は非対角項に -1.0 , 主対角項 a_{ii} には $a_{ii} \geq \sum |a_{ij}|$ なる数値が入るモデルを用いている。しかしながら現実の問題では使用する有限要素の種類によって数値のばらつきは異なり、文献1), 2)の結果がそのまま適用できる場合は少ない。よって本研究では実際の有限要素モデルを用いて帯行列法による数値誤差について考察を試みることとする。

2. 数値実験

2-1. 準備

a) 誤差評価: 消去演算によって発生した解の数値誤差の評価としては、式(1)によって求まる相対誤差の最大値で比較を行う。

$$\text{Error} = \max(|X_i(D) - X_i(S)| / |X_i(D)|) \quad (1)$$

ここで $X_i(D)$ と $X_i(S)$ はそれぞれ倍精度、単精度演算のよる i 番目の解を示す。なお数値実験で使用した計算機はTOSBAC DS600モデル80で、使用した言語はFORTRAN77である。

b) モデル: 本研究では実際の有限要素モデルの中で一般に誤差の発生が大きいといわれている板曲げ要素(図-1)を用いる。解析対象は均質の正方形板とし、これを図-2に示す。荷重は全節点に適当な変位が出るような値を载荷した。

2-2. 各種要因に対する数値実験

本研究で調べた要因は①元数②境界条件③消去順序④分割比⑤荷重を k 倍する。である。

(実験1) 元数の影響: 図-3に示す境界条件を用い、元数を50~1000元にして解の誤差を調べた。結果を図-6に示す。これより元数が大きくなるにつれて誤差はかなり増大することがわかる。

(実験2) 境界条件の影響: 元数、分割比をほぼ一定にして図-3, 4, 5に示す境界条件による解の誤差を調べた。結果を図-7に示す。これより一辺固定のように拘束の小さいモデルの方が誤差が大きくなるということがわかる。

(実験3) 消去順序の影響: 図-5に示すモデルを用いて、消去順序を自由境界と固定境界とからに分け、それぞれの解の誤差を調べた。結果を図-8に示す。自由境界からと固定境界からでは誤差にかなりの差があることがわかる。

(実験4) 分割数比の影響: 図-5に示すモデルを用いて辺の分割数を変えて解の誤差を調べた。この結果を図-9に示す。これより $NG2/NG1$ が大きくなるにつれて誤差が大きくなることがわかる。

(実験5) 荷重を k 倍することによる影響: 方程式 $Ax=b$ を $Ax' = kb$ にして解の誤差を調べた。この結果を表-1に示す。これより k が大きくなっても解の誤差は変わらないことがわかる。

3. 考察およびあとがき

本研究の目的は実際の有限要素モデルの誤差の影響を調べることであるが、文献1), 2)のモデルの剛性行列よりも板曲げ要素の場合、誤差の発生する元数がかなり低く2-2に示す各種要因のうち最も条件の悪い

場合、500 元でも相対誤差はかなり大きくなっている。

今後の計画としては、①この板曲げ要素について各種要因をもっと深く調べてみる②他の有限要素、たとえばシェル要素、またいろいろな要素を組合わせた問題について調べてみる必要があると考える。

元 数	相 対 誤 差	
	k=1	k=2
300	0.00543	0.00540
600	0.00283	0.00330

表-1 k=10の時の相対誤差

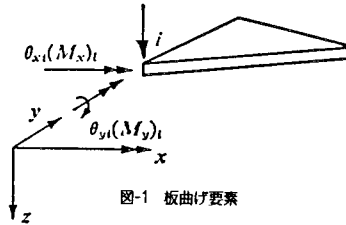


図-1 板曲げ要素

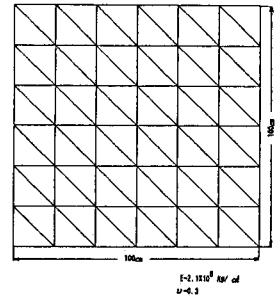


図-2 解析対象モデル

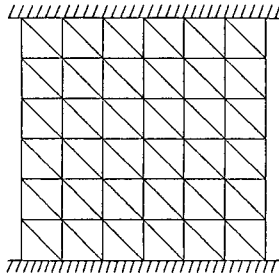


図-3 対辺固定

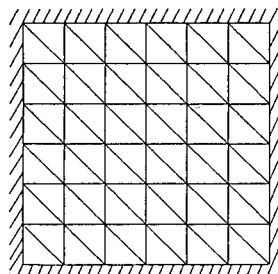


図-4 四周边固定

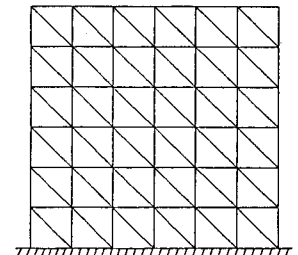


図-5 一辺固定

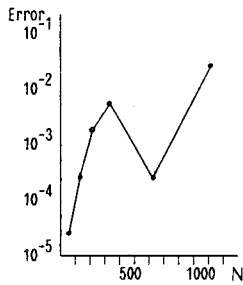


図-6 元数の影響

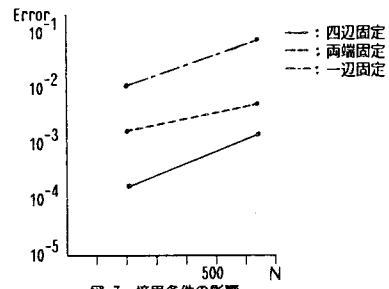


図-7 境界条件の影響

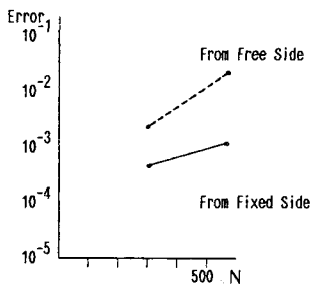


図-8 消去順序の影響

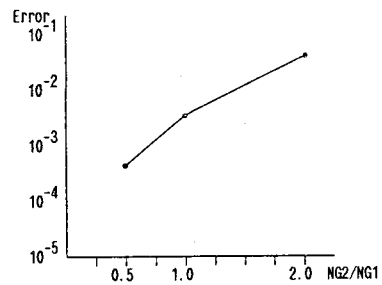


図-9 分割数比の影響

参考文献

- 1) 谷口健男, 曾我 明, 相本太平: 大次元行列の消去演算における数値誤差, 日本鋼構造協会, 1985年
- 2) 谷口健男, 曾我 明: 線形構造解析での消去演算による数値誤差, 土木学会論文報告集, 1986年