

東急建設 技術研究所 石川 雅美
 間 組 技術研究所 吉川 弘道
 名古屋大学 工学部 田辺 忠顕

1. まえがき

コンクリート内部に分布する微視的空げさや微小クラックといった損傷は、荷重の進行に伴い発生する。本研究は、このような荷重の進行に伴う内部の性状劣化とコンクリートが荷重初期段階から示す非線形特性とが、なんらかの関係を有するものと考え、コンクリートの材料非線形解析の場に損傷理論 (damage theory) を適用したものである。また、本報は前回 (RC-FEH コロキウム) の基礎理論と補足する意味での基本定式化と一軸場における損傷ひずみの定義方法として、Saenz の式、ε 関数法といった既記の数学モデルとの関係について述べた。

2. 基本定式化

図.1 に示すように直交デカルト座標系内に損傷を有する物体を考える。ここで、 X_i 軸と直交する断面内で観察される単位面積当りの主裂面積の割合と損傷中とを定義し、その増分量 $d\omega_i$ は一般に、応力レベル σ_i 、応力増分 $d\sigma_i$ 、応力履歴 K_i 、初期損傷 ω_{0i} に依存する量であると考えられる。また、 X_i 方向に生じた損傷増分 $d\omega_i$ は、直交する他の 2 方向、 j, k 、に対してもある程度の影響を与えるものと考え、この影響の度合を損傷影響比 ζ_{ij} を用いて記述する。したがって、それぞれ直交する面内の損傷の影響を含めた各面内の全損傷増分 $d\Omega_i$ は次式で表わされる。

$$d\Omega_i = \zeta_{ij} d\omega_j \quad (i=1, 2, 3, j=1, 2, 3)$$

$$i=j \text{ のとき } \zeta_{ij} = 1$$

$$i \neq j \text{ のとき } \zeta_{ij} < 0$$

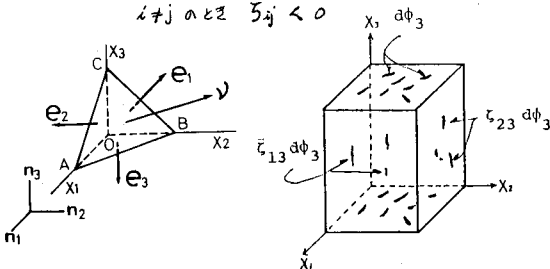


図.2 物体内の微小四面体 図.3 X_3 軸方向に均一な損傷を有する物体

いま、図.2 に示すような微小四面体において、面積ベクトル S を定義する。この面積ベクトル S は、面 ABC 上の外向法線ベクトル ω を ABC の面積でスカラー倍したベクトルであり、次のように表わされる。

$$S = S\omega = S_i e_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (2)$$

ここで、 e_i は微小四面体が定義された局所座標系での単位基底ベクトルであり、 S_i は、

$$S_i = S(\omega \cdot e_i) \quad (3)$$

で表わされる。図.2 中の ω は全体座標系での単位基底ベクトルである。いま、図.3 に示すように、 X_3 軸方向の荷重増分により、 X_3 軸方向に対して均一な損傷が生じた場合を考える。損傷増分 $d\omega_3$ により、この物体内の微小四面体要素の面 OAB は、 OA^*B^* に変換され、損傷影響比 ζ_{13}, ζ_{23} を考える事により、面 AOC と面 BOC も、それぞれ A^*OC^*, B^*OC^* に変換される。したがって法線ベクトル ω は ω^* となり、 S_1, S_2, S_3 はそれぞれ S_1^*, S_2^*, S_3^* となる。(図.4 参照)

$$S_1^* = (1 - \zeta_{13} d\omega_3) S_1$$

$$S_2^* = (1 - \zeta_{23} d\omega_3) S_2$$

$$S_3^* = (1 - d\omega_3) S_3 \quad (4)$$

したがって面積ベクトル S は、

$$\begin{aligned} S^* &= S^*(\omega^* \cdot e_i) e_i \\ &= (1 - \zeta_{13} d\omega_3) S_1 e_1 \\ &\quad + (1 - \zeta_{23} d\omega_3) S_2 e_2 \\ &\quad + (1 - d\omega_3) S_3 e_3 \end{aligned}$$

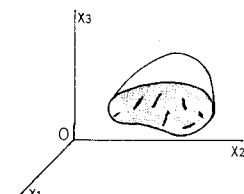


図.1 内部に損傷を有する物体

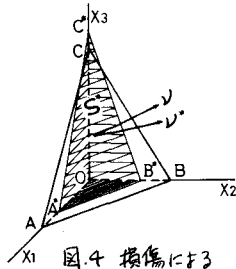


図.4 損傷による

実質面積ベクトルの変換

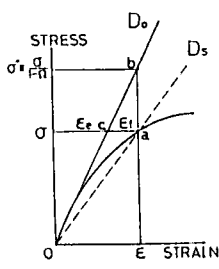


図.5 損傷ひずみの定義

多軸場においては、

$$\begin{aligned} S_1^* &= (1 - dS_1) S_1 \\ S_2^* &= (1 - dS_2) S_2 \\ S_3^* &= (1 - dS_3) S_3 \end{aligned} \quad (6)$$

したがって、面積ベクトル S^* は

$$S^* = (1 - dS_1) S_1 m_1 + (1 - dS_2) S_2 m_2 + (1 - dS_3) S_3 m_3 = (I - dS) S \quad (7)$$

ここで、 dS は損傷テンソルと呼ばれる2階のテンソル量であり、次のように定義される。

$$dS = dS_1 (m_1 \otimes m_1) + dS_2 (m_2 \otimes m_2) + dS_3 (m_3 \otimes m_3) \quad (8)$$

Traction を $\{T\}$ とすると図. 4 の面 ABC に作用する合カベクトル $S\{T\}$ は応力テンソルと以下の関係をもつ。

$$S\{T\} = [S]\{S\} \quad (9)$$

損傷がある場合の実質面積要素の面 $A^*B^*C^*$ に対して、

$$S^*\{T^*\} = [S^*]\{S^*\} \quad (10)$$

が成立しており、また両者は釣り合っていることから、

$$S^*\{T^*\} = S\{T\} \quad (11)$$

となる。ここに、 T^* は面 $A^*B^*C^*$ に働く応力ベクトルである。

(11) 式の関係から

$$\begin{aligned} [S]\{S\} &= [S^*]\{S^*\} \\ &= [S^*][I - S] \end{aligned} \quad (12)$$

が導かれ、両辺を比較することにより、

$$[S] = [S^*][I - S] \quad (13)$$

を得る。ここに $[S^*]$ は実質応力テンソルであり、次のように定義される。

$$[S^*] = [S][I - S]^{-1} \quad (14)$$

このように、おかけの応力テンソル $[S]$ は損傷の影響により $[S^*]$ に変換される事が示された。ここで得られる実質応力テンソルは非対称となる。料上らは、その対称部分だけを用いている。(13) 式をベクトル形式で記述すると

$$\{S\} = ([I] - [S^*])\{S^*\} \quad (15)$$

ここで、 $\{S\}$ 、 $\{S^*\}$ は9成分の応力ベクトルと考えると $[I]$ 、 $[S^*]$ は 9×9 の成分をもつマトリックスとなる。 $[I]$ は単位マトリックスであり、 $[S^*]$ は、

$$[S^*] = \begin{bmatrix} [S_1^*] & 0 & 0 \\ 0 & [S_2^*] & 0 \\ 0 & 0 & [S_3^*] \end{bmatrix} \quad (16)$$

となる。

3. 損傷ひずみ

物体内部の損傷を受けていない部分では、初期弾性が保たれていると仮定する。この部分に作用すると考えられる実質応力に対応するひずみ ϵ は、単純に初期弾性を介して定義しよう。また、おかけの応力に対応するひずみ ϵ_e も初期弾性を介して考えると、このおかけの応力と実質応力に相当するひずみが損傷に伴って発達する損傷ひずみであると考えられる。(図. 5参照) したがって 損傷ひずみ ϵ_s は、

$$\begin{aligned} \{\epsilon_s\} &= \{\epsilon\} - \{\epsilon_e\} = [D_0]^{-1}\{\sigma^*\} - [D_0]^{-1}\{\sigma\} \\ &= [D_0]^{-1}\{\sigma^*\} - [I - S^*]\{\sigma^*\} \\ &= [D_0]^{-1}[S^*][D_0]\{\epsilon\} \end{aligned} \quad (17)$$

と定義できる。ここに、 $[D_0]$ は初期材料マトリックスである。ここでは、9成分のひずみベクトルと考えているが、通常の有限要素法のコードに導入するためには $[S^*]$ に対称化の操作を組み込んだ 6×6 成分の損傷マトリックス $[S^*]_{sym}$ を定義する。この操作により、6成分の損傷ひずみベクトル $\{\epsilon_s\}$ が得られることになる。

4. 一軸場における既応のモデルと損傷ひずみの関係
一軸場でのコンクリートの応力ひずみ関係を記述する既応の数学モデルと、前述された損傷ひずみ $\{\epsilon_s\}$ の定義との関係について考察する。Saenz³⁾ 式は、

$$\sigma = \frac{E_0 \epsilon}{1 + [(E_0/E_s) - 2](\epsilon/E_0) + (\epsilon/E_s)^2} \quad (18)$$

で与えられる。ここに σ_p と ϵ_p はピーク応力とそれに対応するひずみであり E_0 は実験的に求められる初期弾性係数である。いま、 $E_0 = 2f_c/\epsilon_0$ (f_c は一軸圧縮強度) と仮定し、この式と合致するような損傷ひずみの定義を導出すると次式のようなになる。

$$\epsilon_s = \{(\epsilon_0^2/(\epsilon_0^2 + \epsilon)) + 1\} \epsilon \quad (19)$$

次に、梅村⁴⁾の提案による ϵ 関数との関係について述べる。 ϵ 関数式は次のように表わされる。

$$\sigma/f_c = K \{e^{-\alpha(\epsilon/\epsilon_0)} - e^{-\beta(\epsilon/\epsilon_0)}\} \quad (20)$$

ここに、 K 、 α 、 β は定数であり、普通コンクリートに対しては、 α と β は、6.75, 0.812, 1.218 が用いられる。この式と合致する ϵ_s の定義は、次のように表わされる。

$$\epsilon_s = \left\{ \frac{K}{\lambda} (e^{\lambda\beta} - e^{\lambda\alpha}) + 1 \right\} \epsilon \quad (21)$$

ここで、 $\lambda = \epsilon/\epsilon_0$ とおいた。

参考文献 1) 石川, 吉川, 田辺, "損傷テンソルに基づく非線形弾塑性と割断要素解析" 北陸建設研究所報告 1983年5月 (1984) 2) 村上, 大野, "微視的割断に起因する有効断面の減少を陽に表現したひずみ-応力変換, 日本機械学会論文集 (1980), 3) Saenz, L.F., "Discussion of Equation for the Stress-Strain Curve" ACI Journal Vol. 61, No. 9 (1964), 4) 梅村, "鉄筋コンクリート梁の塑性変形及び終局変形及び終局強度, 日本建築学会論文集 42号 (1951)