Ⅳ-251　混雑した道路網における交通均衡－概念および解法－

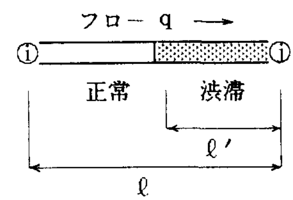
岡山大学工学部　正員　　井上　博司

1．はじめに

従来交通均衡理論においては、各リンクの走行所要時間と交通量の関係は単調増加として取り扱われてきた。しかし今日交通混雑・交通渋滞は日常茶飯時であり、この場合このような前提は成立し難い。一般に道路区間の走行所要時間は、交通量に関する二価関数であり、容量以下の正常な領域では単調増加であるが、容量を越えた渋滞領域では逆に単調減少となる。渋滞領域における交通流のこのような性質を考慮に入れた交通均衡理論も最近発表されている[1]。

本稿は交通混雑・交通渋滞は主として交差点における容量不足に起因するものであるという認識に立ち、交差点での渋滞による待ちを考慮に入れた交通均衡の概念およびその解法について提案するものである。

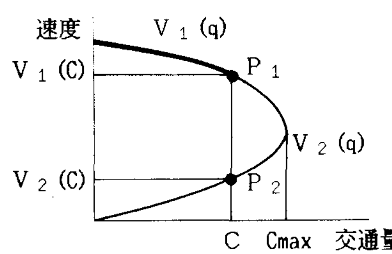
2．交通量－所要時間の関係



図－1　混雑したリンクの交通流

図－1のように交通渋滞部分を有する任意の道路区間を考え、この区間の交通量をqとする。ただしここではフローは定常的であるとしておく。この区間の単路部の交通容量をCmax 、終端 j における交差点容量をCとする。交差点容量は通常単路部容量よりも小さいので、一時的にCよりも大きい交通量が流れるとこの区間に貯留され渋滞流となる。ここで $q>C$ であれば渋滞がさらに後方に延伸し、$q<C$ であれば渋滞が解消に向かい、$q=C$ であれば渋滞は定常的となる。このときの定常渋滞流の長さを ℓ' 、区間長を ℓ とする。また図－2に示すように正常領域での速度－交通量関係を $V_1(q)$ 、渋滞領域でのそれを $V_2(q)$ とすると、このリンクの走行所要時間は

$$t=\frac{\ell-\ell'}{V_1(C)}+\frac{\ell'}{V_2(C)}=\frac{\ell}{V_1(C)}+\left\{\frac{\ell'}{V_2(C)}-\frac{\ell'}{V_1(C)}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$



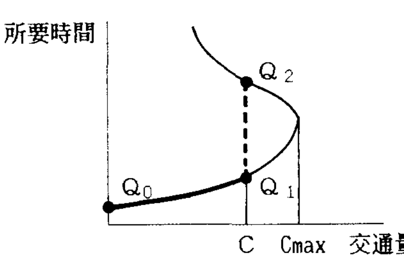
図－2　交通量－速度の関係

となる。右辺第1項は全区間を仮想的に正常領域での速度で走行したときの所要時間を表しており、したがって第2項は渋滞による遅延時間を表している。このことより渋滞部分を有する任意のリンクの所要時間は、仮想的な正常領域での走行所要時間とリンクの終端における仮想的な待ち時間との和によって表現することができる。後者をwとすると一般にフローqにたいする所要時間は

$$t=\begin{cases} f(q) & (0\leq q<C) \\ f(q)+w & (q=C) \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

と表すことができる。　ここに $f(q)=\ell/V_1(q)$ でありまた、$0\leq\ell'\leq\ell$ であることより

$$0\leq w\leq\frac{\ell\{V_1(C)-V_2(C)\}}{V_1(C)\;V_2(C)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$



図－3　交通量－所要時間の関係

である。図－3は所要時間と交通量の関係を示しており、容量以下では所要時間は交通量にたいして単調増加であるが容量に到達するとこれに待ち時間が加わる。渋滞が長くなると待ち時間が増加しリンクの全区間が渋滞となると点 Q_2 に至る。

3．交通均衡

道路網及び交通需要マトリクスが与えられたとき、道路の利用者はリンクの走行時間と待ち時間の和からなる起終点間の所要時間が最短となる経路を選択するという基準によって、各リンクの交通量及び渋滞リンクの待ち時間を一意的に決定することができる。いま目的地をkとするリンクij上のフローをx_{ij}^{k}、リンクij上のトータルフローをX_{ij}、iからkへの需要交通量をD_{i}^{k}、iからkへの最短路の所要時間をt_{i}^{k}、リンクijの終端の交差点容量をC_{ij}であらわす。このときネットワーク交通均衡は次の式(4)～(9)によって表現することができる。

$$X_{ij} = \sum_{k} x_{ij}^{k} \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\sum_{j} x_{ij}^{k} - \sum_{j} x_{ji}^{k} = D_{i}^{k} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$X_{ij} \leqq C_{ij} \quad \cdots\cdots (6) \qquad x_{ij}^{k} \geqq 0 \quad \cdots\cdots (7)$$

$$\left.\begin{array}{ll} f_{ij}(X_{ij}) + w_{ij} + t_{j}^{k} = t_{i}^{k} & (x_{ij}^{k} > 0 \text{のとき}) \\ f_{ij}(X_{ij}) + w_{ij} + t_{j}^{k} \geqq t_{i}^{k} & (x_{ij}^{k} = 0 \text{のとき}) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\left.\begin{array}{ll} w_{ij} = 0 & (X_{ij} < C_{ij} \text{のとき}) \\ w_{ij} \geqq 0 & (X_{ij} = C_{ij} \text{のとき}) \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (9)$$

ところでこれらの式(4)～(9)を満足する変数値を求めることは、制約条件(4)～(7)のもとで次の目的関数を最小にするフロー値を求めることと等価である。

$$F = \sum_{ij} \int_{0}^{X_{ij}} f_{ij}(X)\, dX \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

なぜならばこの問題に対する最適点の必要十分条件を求めると式(4)～(9)がえられるからである。ここでt_{i}^{k}およびw_{ij}は式(5)および(6)に対するラグランジェ乗数値にひとしい。したがって混雑したリンクを含む道路網における交通均衡問題は従来のネットワーク交通均衡問題における制約条件に新たに交差点容量制約条件(6)を加えるだけでよいことになる。なお待ち時間w_{ij}が式(3)の上限値を越えるときには渋滞がさらに上流リンクにまで及ぶことを意味し、このため別の取り扱いが必要となる。

4．解法

この問題では容量制限式に対するラグランジェ乗数値が重要な意味を有しているのでこの値を変数値とともに求める必要がある。このためには制約条件付非線型最適化手法の１つである乗数法の適用が考えられる。この手法は制約条件を外点ペナルティ関数として目的関数に加えた拡張ラグランジェ関数に対して、その主問題及び双対問題を順次反復して解いていくことによって最適点に到達するものである。この手法を本問題に対して適用した場合、拡張ラグランジェ関数は次のような形で与えられる。

$$L = \sum_{ij} \int_{0}^{\sum_{k} x_{ij}^{k}} f_{ij}(X)\, dx + \sum_{i}\sum_{k} \lambda_{i}^{k} h_{i}^{k}(x) + \frac{1}{2} r \sum_{i}\sum_{k} \{h_{i}^{k}(x)\}^{2} + \sum_{ij} \frac{1}{2t} [\{\max(0, \mu_{ij} + t\, g_{ij}(x))\}^{2} - \mu_{ij}^{2}] + \sum_{ij}\sum_{k} \frac{1}{2t} [\{\max(0, \nu_{ij}^{k} - t\, x_{ij}^{k})\}^{2} - \{\nu_{ij}^{k}\}^{2}] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

ここに、$h_{i}^{k}(x) = -\sum_{j} x_{ij}^{k} + \sum_{j} x_{ji}^{k} + D_{i}^{k}$、$g_{ij}(x) = \sum_{k} x_{ij}^{k} - C_{ij}$、また$\lambda_{i}^{k}$、$\mu_{ij}$、$\nu_{ij}^{k}$はラグランジェ乗数、r、tは乗数パラメーターである。別の近似解法としては、待ち時間を$q = C$に漸近するペナルティー関数として表し、これを目的関数に加えるペナルティー関数法が考えられる。

5．おわりに

交差点における容量制限式を従来のネットワーク交通均衡問題に加えることによって、渋滞したリンクを有する道路網における交通均衡を取り扱うことができることを示した。この容量制限式に対するラグランジェ乗数値は渋滞による遅延時間を意味し、このため交通均衡の概念は従来のものを変更する必要はない。また明らかに均衡点は唯一である。本理論の実用化によってより現実に即した道路交通量推計が可能となろう。

＜参考文献＞

1) Iwao Okutani : Equilibrium Flows in a Network with Congested Links , Proceedings of the Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory , pp.253 ～271 , 1984