IV-246　2手段分担・配分結合モデルを用いた効用関数と交通需要の同時推定法

名古屋工業大学　正員　溝上　章志
名古屋大学　正員　河上　省吾
前田建設　正員　伊藤　節男

1．はじめに

本研究では、a）手段選択と経路選択に影響を及ぼす均衡要因が、一部は同一であるが、リンクコスト関数として同定不可能な要因や手段選択だけに有効な要因、例えば交通目的やトリップエンド条件等が手段選択過程にのみ含まれる場合の Binary 手段選択／配分結合需要予測モデルを Variational Inequality により定式化し[1]、その部分解を与える Beckmann 型最適化問題を導く。次に、b）従来、効用関数やリンクコスト関数の各構成要因にかかるパラメータは、実績のデータから予め推定されているのに対して、本研究では、均衡モデルを用いながら、実測可能な交通需要に一致するようなパラメータと手段別均衡経路交通量を同時推定する方法を提案する。

2．分担・配分結合交通均衡モデル

本節では、OD交通量が与件のとき、同一道路網上を自動車とバスが競合する2手段混合ネットワークにおいて、a）についての定式化を行う。今、C^m_i：iODペア間m手段の経路選択に影響するコスト、C^m_{ik}：iODペア間m手段k番目経路コスト、$C^m_a(\upsilon_a)$：リンクaの交通量ベクトルυ_aのもとでのリンクa上m手段コスト、$C^m_{ar}(\upsilon_a)$：リンクa上m手段r番目コスト構成要因レベル、A_i：iODペア間で手段選択だけに寄与するコスト差、A_{ir}：iODペア間で手段選択だけに寄与するr番目コスト構成要因レベル差とすると、それぞれの関係は以下のようになる。

$$C^m_i = \min_k C^m_{ik} = \min_k \sum_a \delta^m_{ika} C^m_a(\upsilon_a) \quad (1)$$

$$C^m_a(\upsilon_a) = \sum_r \alpha_r \cdot C^m_{ar}(\upsilon_a) \quad (2)$$

$$A_i = \sum_r \beta_r \cdot A_{ir} \quad (a \in A,\ m=1,2,\ i \in I) \quad (3)$$

ここで、$\alpha=(\alpha_1,\cdots,\alpha_r,\cdots,\alpha_{r1})$ は手段、経路選択両過程に共通な均衡コスト要因のパラメータであり、$\beta=(\beta_1,\cdots,\beta_r,\cdots,\beta_{r2})$ は手段選択要因だけに寄与するコスト差にかかるパラメータである。

交通コスト差w_iにより手段選択関数$G_i(w_i)$を定義するとき、手段選択に関する均衡状態では、手段間で利用者の移動は生じないから、

$$w^*_i = C^{2*}_i - C^{1*}_i + A^*_i = W_i(g^{1*}_i) = G^{-1}_i(w^*_i) \quad (4)$$

経路選択に関する均衡状態は、最終的に新しい経路を選択することによって交通コストを小さくできない状態であり、h^m_{ik} をiODペア間m手段k経路交通量とすれば、このことは次のように表現できる。

$$C^{m*}_{ik} - C^{m*}_i \begin{cases} =0 , & \text{if } h^{m*}_{ik} > 0 \\ \geq 0 , & \text{if } h^{m*}_{ik} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

ここで、*は均衡値を示している。このとき、式(1)～(5)は実行可能集合

$$\sum_m g^m_i = \bar{g}_i,\ \sum_k h^m_{ik} = g^m_i,\quad h^m_{ik} \geq 0,\quad \upsilon_a = \sum_i \sum_k \delta^m_{ika} h^m_{ik}\ (m=1,2,\ a \in A,\ i \in I) \quad (6)$$

において、次式の V.I. と必要十分な関係となる。

$$C(\upsilon^*)^T(\upsilon - \upsilon^*) - (W(g^{1*}) - A^*)^T(g^1 - g^{1*}) \geq 0 \quad (7)$$

ここで、$C(\upsilon)$はリンク別手段別コストマトリックス $W(g^1)$ はOD別コスト差ベクトル、$A^* = \{A^*_i\}$ である。

式(4)、(5)が式(7)を示す必要条件の証明は、(5)が

$$(C^{m*}_{ik} - C^{m*}_i)(h^m_{ik} - h^{m*}_{ik}) \geq 0 \quad (8)$$

と同値であり、$k \in K^m_i$、$m=1,2$、$i \in I$ について(8)を加えることにより、

$$\sum_a C^1_a(\upsilon^*_a)(\upsilon^1_a - \upsilon^{1*}_a) + \sum_a C^2_a(\upsilon^*_a)(\upsilon^2_a - \upsilon^{2*}_a) - \sum (W_i(g^{1*}_i) - A^*_i)(g^1_i - g^{1*}_i) \geq 0 \quad (9)$$

となることから明らかである。十分条件は、Florian と同様の方法で証明できるので省略する。

V.I.(7)の解g^*_i, w^*_i、及びυ^*_a, C^{m*}_iの一意性は$G_i(w_i)$の狭義の単調減少性、及び、$C_a(\upsilon_a)$の狭義の単調増加性により保証される。今、$G_i(w_i)$にロジット型手段選択関数を想定すればw_iに対する狭義の単調減少性が保証され、リンクコスト関数$C_a(\upsilon_a)$のJacobi行列の正定値性に加えて対称性が仮定されると(6)、(7)は、以下のBeckmann型最適化問題（P）の解に一致する。

$$\min: \int_0^{\upsilon_a} C(x)\,dx + \sum_i \sum_m g^m_i \ln g^m_i + \sum_i A_i g^1_i \quad (10)$$

$$\text{s.t. 式(6)}$$

3．$G_i(w_i)$のパラメータと交通需要の同時推定法[2]

分担・配分結合均衡モデルによる交通需要予測時には、分担需要と各手段サービスレベルの実績値から予め推定された$G_i(w_i)$のパラメータ $\{\alpha, \beta\}$ を用いて交通需要だけを予測していた。しかし、サービスの実績値は、予測レベルの設定ネットワークと整合性の

あるものではないため、推定パラメータを用いて予測された交通需要は実績交通量に一致する保証がない。そこで、設定されたネットワーク上で、分担・配分結合均衡モデルを用いながら、観測可能な実績分担需要に予測値が一致するように $\{\alpha, \beta\}$ と手段別経路交通量を同時推定する方法を提案する。

観測可能な i ODペア間m手段交通量を $\overline{g}_i^m$ $(i \in I', m \in M_i'$; I', M_i' は観測値が存在するODペア、手段の集合) とすると、$\{\overset{*}{\alpha}, \overset{*}{\beta}\}$ と均衡手段別経路交通量 $\overset{*}{h} = \{h_{ik}^{m*}\}$ の同時推定モデルは以式で定式化される。

$$P1(\overset{*}{h}, \overset{*}{\alpha}, \overset{*}{\beta}) = \min_{h} P1(h, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) \qquad (11)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \text{式 (6)} \\ P2(h, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) = \min_{\alpha, \beta} \sum_i \sum_m \| g_i^m - \overline{g}_i^m \|^2 \\ \text{s.t.} \begin{cases} g_i^1 = \overline{g}_i \cdot G_i(w_i) \\ C_i^m = \min_k \sum \delta_{ika}^m \sum \alpha_\gamma C_{a\gamma}^m(v_a) \\ A_i = \sum \beta_\gamma \cdot A_{i\gamma} \end{cases} \end{cases}$$

本モデルは、観測可能な手段別交通量 $\overline{g}_i^m$ に予測均衡手段別交通量 g_i^m が一致するように $\{\alpha, \beta\}$ を決めながら、全体の手段別経路交通量 h を求めるという2レベル計画問題である。そのため、分担・配分結合均衡モデルの中でリンクコスト関数 $C_a(v_a)$ のパラメータ α と $G_i(w_i)$ のパラメータ α, β とが、同一の値として内生的に決定される。

4．解法とその計算例

自動車とバスの2手段が同一道路網を共用するネットワークにおいて本モデルを用いた交通需要予測を行う場合、バス(m=2) のリンク交通量 v_a^2 はバスを選択した人数ではなく、単位時間の運行頻度 $\sum_s \Delta_{as} \cdot f_s$ に対応する。従って、v_a^2 は定数となり、実際の計算では自動車換算係数 γ を用いてバス台数を自動車台数に換算し、式(11)を1手段問題として考える[3]。つまり、

$$v_a = \sum_i \sum_k \delta_{ika}^1 h_{ik}^1 + \sum_s \gamma \Delta_{as} \cdot f_s, \quad a \in A \qquad (12)$$

とし、式(10)を、

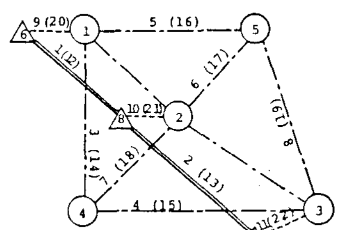
$$\min; \sum_a \int_0^{v_a} C_a^1(v)dv + \sum_i \sum_m g_i^m \ln g_i^m + \sum_i A_i g_i^1 \qquad (13)$$

に変換して問題 (P) を解く。上位問題の解法はペナルティ関数法を、下位問題は非線形最小自乗法であるから解が一意に決まるため、各レベルを交互に解く方法を用いた。

本モデルの有効性を検証するために、図－1のモデルネットワークで、$\{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}\}$ を固定したときの手段別交通量 $\tilde{h}$ を (P) から求め、標準化された解に、正規乱数と種々の変動係数 t によるばらつきを加えることによって実測値を作成し、$\{\overset{*}{\alpha}, \overset{*}{\beta}\}$ と $\{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}\}$ の差の検定、$\overset{*}{h}$ と $\tilde{h}$ との絶対平均誤差の検討を行った。

サンプル数 6／20を用いた t の相違によるモデルの感度を表－1に示す。均衡要因である所要時間のパラメータは常に有意となり、均衡要因以外のパラメータ、特に定数項のパラメータが不安定になること、実測値のばらつきが10%と大きくても手段別交通量の絶対平均誤差は8％程度であり、予測精度はかなり高いことが分かる。次に、t ＝ 3％の場合のサンプル数による感度を表－2に示す。この場合も、均衡要因である所要時間のパラメータ値は有意となり、実測値のないODペアにおいても、手段別交通量の絶対平均誤差が10%以下である。以上のことから、本モデルは予測モデルとして有用であると言えよう。

今後、実際の道路網に適用して、従来の手法との比較検討を行うことが重要な課題である。



リンク	A_a	B_a
1	0.100	0.000100
2	0.150	0.000150
3	0.150	0.000150
4	0.175	0.000175
5	0.075	0.000075
6	0.075	0.000113
7	0.125	0.000188
8	0.200	0.000200

$C_a^1(v_a) = A_a + B_a \cdot v_a$

図－1　モデルネットワークとリンクコスト関数

表－1　変動係数の相違による感度

	真値	推定値　（t 値）		
		t ＝ 3％	t ＝ 5％	t ＝10%
定数項	-0.333×10⁻¹	-0.137×10⁻¹ (0.556)	-0.952×10⁻² (0.194)	-0.127×10⁻¹ (0.158)
所要時間	-0.100×10⁻¹	-0.101×10⁻¹ (50.9*)	-0.101×10⁻¹ (26.9*)	-0.102×10⁻¹ (13.8*)
費用	-0.100×10⁻³	-0.472×10⁻³ (3.35*)	-0.713×10⁻³ (1.12)	-0.130×10⁻² (0.611)
絶対平均誤差		2.62%	4.21%	8.44%
手段別交通量最大誤差		7.97%	12.25%	22.49%

表－2　サンプル数による感度

	真値	推定値　（t 値）		
		4／20	6／20	10／20
定数項	-0.333×10⁻¹	-0.414×10⁻¹ (1.15)	-0.137×10⁻¹ (0.556)	-0.642×10⁻¹ (3.09*)
所要時間	-0.100×10⁻¹	-0.100×10⁻¹ (31.0*)	-0.101×10⁻¹ (50.9*)	-0.112×10⁻¹ (15.9*)
費用	-0.100×10⁻³	-0.112×10⁻² (0.41)	-0.472×10⁻³ (3.55*)	-0.124×10⁻² (0.677)
絶対平均誤差		3.35%	2.62%	2.65%
手段別交通量最大誤差		8.78%	7.97%	5.74%

<参考文献>1)Florian M.and Spiess H.:On Binary Mode Choice/Assignment Medel, Ttans.Sci,7,pp.32~47,1983　2)河上・溝上: 分担・配分結合モデルの定式化とその実用的な適用法に関する検討,土木計画学研究講演集, Vol.7,pp.295~299,1985　3)Florian M.: A Traffic Equilibrium Model of Travel by Car and Public Transit Modes,Trans.Sci,8.pp.166~179,1977