

山口大学工学部 正員 ○久井 守
宇部市水道局 沼 寿実男

1. まえがき

筆者らは、すでに多数の閉ループを含む道路網の信号群を対象として、Varaiya の分解原理によりオフセットの最適化を試みているが¹⁾、本研究では、道路網内にオフセットがあらかじめ与えられた主要幹線道路がある場合を対象として、同じく分解原理によりオフセットの最適化を試みる。

2. Varaiya の分解原理

田村²⁾および児玉³⁾によると、Varaiya の分解原理が適用できる

数式モデルは次のような構造を有するモデルである。

$$\min z = f_1(X_1) + f_2(X_2) + \dots + f_n(X_n) \quad (1)$$

$$\text{subject to } A_1 X_1 + A_2 X_2 + \dots + A_n X_n \quad (2)$$

$$h_1(X_1) = 0 \quad (3)$$

$$h_2(X_2) = 0$$

$$\dots\dots\dots$$

$$h_n(X_n) = 0$$

アルゴリズム

田村²⁾および児玉³⁾によると、最適解を得るためのアルゴリズムは次のとおりである。

ステップ1: 補助パラメータ P_i ($i=1,2,\dots,n$) の初期値を任意に設定する (ここでは0ベクトルとする)。

ステップ2: 各サブシステムごとに

$$\min \{ f_i(X_i) + P_i^T X_i \} \quad (4)$$

$$\text{subject to } h_i(X_i) = 0 \quad (5)$$

なる部分問題を解く ($i=1,2,\dots,n$)。

ステップ3: 誤差ベクトル

$$e(P) = \sum_{i=1}^n A_i X_i - b \quad (6)$$

を計算し、もし $\|e(P)\| \leq \epsilon$ ならば計算を終了し、そうでない場合は

$$P_i^{K+1} = A_i^T \cdot e(P) \cdot \Delta t + P_i^K \quad (7)$$

$$(i=1,2,\dots,n)$$

に従って補助パラメータを変更してステップ2にもでる。ここに K はくり返し計算の回数であり Δt は補助パラメータ変更のステップ幅を示す。 ϵ は許容誤差であり、また T は転置を意味する。

3. オフセットの最適化問題

まずFig-1 のような4つのループからなる単純な格子型道路網を例として、オフセットの最適化問題を説明する。サブシステム (サブエリア) のとり方は任意でよいが、ここでは1つのループを1つのサブシステムと考える。 i 番目ループにおける j 番目リンクの相対オフセットを X_{ij} とすると、ループ閉合条件は次のようになる。

$$h_i(X_i) = X_{i1} - X_{i2} - X_{i3} + X_{i4} - C_i - N_i = 0 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (8)$$

ここに C_i は各信号の現示率によって決まる定数、 N_i は整数である。決定変数と補助パラメータは

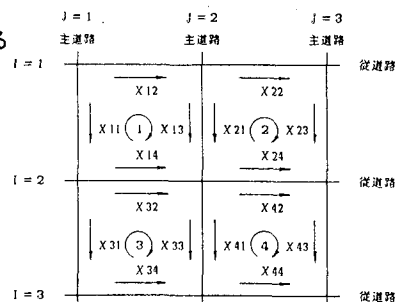


Fig-1 サブシステムの分割とオフセットの定義

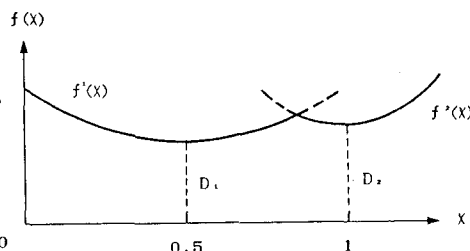


Fig-2 遅れ時間の放物線近似

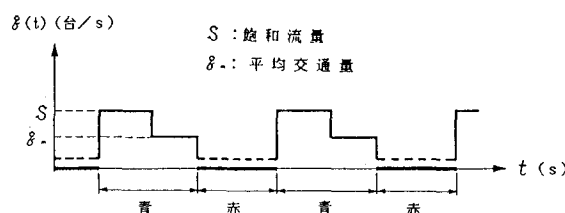


Fig-3 発進交通パターン

$$X_i = \begin{bmatrix} X_{i1} \\ X_{i2} \\ X_{i3} \\ X_{i4} \end{bmatrix} \quad P_i = \begin{bmatrix} P_{i1} \\ P_{i2} \\ P_{i3} \\ P_{i4} \end{bmatrix}$$

である。隣接するループに共通するリンクについては、たとえば $X_{13}=X_{21}$ でなければならないので、

$$\left. \begin{aligned} X_{13} - X_{21} &= 0 \\ X_{14} - X_{32} &= 0 \\ X_{33} - X_{41} &= 0 \\ X_{24} - X_{42} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

なる条件が必要となる。これが式(2)のサブシステム間の結合条件に相当するものである。目的関数は

$$f_1(X_i) = \sum_{j=1}^n f_{1j}(X_{ij}) \quad (10)$$

とする。すなわち、1つのリンクの遅れ時間はそのリンクの相対オフセット X_{ij} のみの関数とする。また1つのリンクの遅れ時間は Fig-2 に示すように2つの放物線で近似し、次式で表わす。

$$f_{1j}(X_{ij}) = \alpha_{ij} f_{1j}^1(X_{ij}) + (1 - \alpha_{ij}) f_{1j}^2(X_{ij}) \quad (11)$$

α_{ij} は0または1のいずれかの値をとるものとする。

4. 計算例

Fig-3 に示すような発達交通パターンと車群の拡散を考慮した交通モデルで遅れ時間を求め放物線をあてはめる。計算対象道路網としてはFig-4 およびFig-5 に示した2つの道路網を用いる。図において太線は主要幹線道路を示し、オフセットは既知であるとする。交通量は主道路1080台/h、従道路720台/hで上下両方向相等しい。現示率は全信号0.5 とする。

Varaiya の分解原理では目的関数は強凸関数でなければ最適解に収束する保証はない。ところが本研究では2つの放物線で遅れ時間を表わしているの、 α は0と1の間を振動する可能性がある。したがって解の収束性を保証するため、共通リンクの α については隣接ループ間で一致すれば、 α をその値に固定し、振動する場合は、2つの放物線のうち、極小値の小さい方の放物線を目的関数とするように α を固定して計算を行った。また、周辺リンクの α についても、それが振動する場合は同様にして α を固定し計算を行った。Fig-6、Fig-7 に誤差の収束状況の例を示した。E は誤差ベクトル $e(P)$ の各成分の絶対値の平均である。

参考文献

- 1) 久井：分解原理による街路網のオフセット最適化に関する研究、土木学会論文報告集、No.347, PP.69~76, 1984年7月
- 2) 田村担之：大規模システムの最適化理論、電気学会雑誌、Vol.92, No.11, pp.23~27, 1972年
- 3) 児玉、馬場：Varaiya 氏の分解原理による線形系の最適制御、電気学会雑誌、Vol.88, No.7, PP.209~218, 1968年

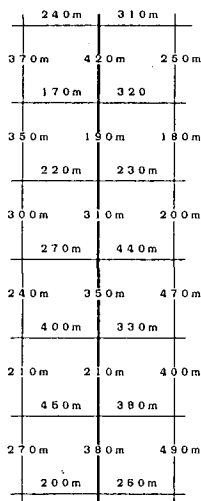


Fig-4 計算対象の道路網(その1)

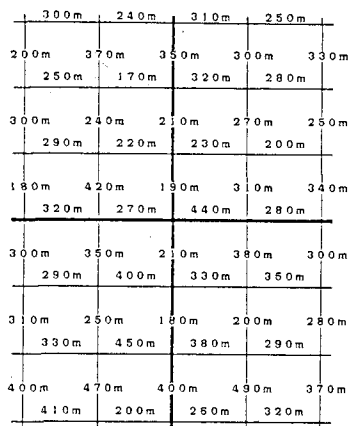


Fig-5 計算対象の道路網(その2)

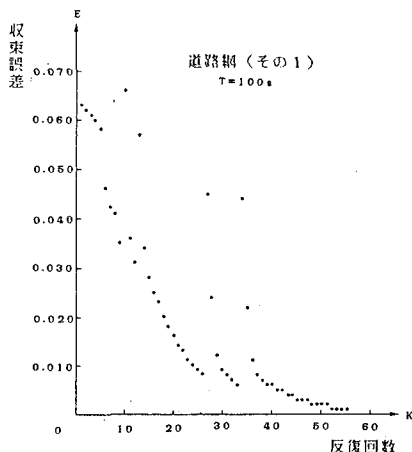


Fig-6 誤差の収束性(例1)

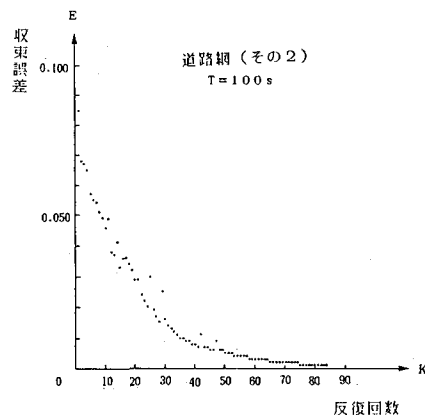


Fig-7 誤差の収束性(例2)