Ⅳ-204　リンク観測交通量を用いた残差平方和最小化による交通需要推計法

金沢大学工学部　正会員　○高山純一
京都大学工学部　正会員　飯田恭敬

1．はじめに

ＯＤ推移確率が既知の場合に適用できる現在パターン型の道路網交通需要推計モデルについては，すでに発表した。[1] このモデルは，道路区間交通量の実測値と推計値の残差平方和が最小になるように，ＯＤ交通量を推計するものであるが，①道路区間交通量の観測誤差が大きい場合に推計誤差が大きくなる。②すべての道路区間交通量を観測することが望ましい。など，大規模道路網への適用には，まだいくつかの課題を残している。

そこで，本研究ではそれらの課題を解決するために，ＯＤ交通量の発生交通量パターン（発生確率）を目的関数に導入した新しい推計モデルを提案する。今回は，モデルの基本的な考え方と数値計算結果を示し，モデル定式化の違いが推計精度にどのような影響を及ぼすかについて比較検討する。

2．モデルの基本的な考え方とその解法[1]

交差点（ノード）に交通量の発生（集中）機能と通過機能を持たせ，モデル化を行う。

いま，ノードｉからノードｊへのＯＤ推移確率をF_{ij}（$\sum_j F_{ij}=1.0$），ノードｉの発生確率をF_i（$\sum_i F_i=1.0$）で表わすと，ＯＤ交通量T_{ij}は総トリップ数Ｔあるいは，ノードｉの発生交通量A_iを用いて式（1）のように表わすことができる。

$$T_{ij}=A_i\cdot F_{ij}=T\cdot F_i\cdot F_{ij} \qquad (1)$$

ただし，F_{ij}およびF_iは既存のＯＤ交通量t_{ij}^*（パーソントリップ調査，自動車ＯＤ調査 etc．のサンプル調査）を用いて先決できるものとする。

$$F_{ij}=t_{ij}^*/\sum_j t_{ij}^* \qquad (2)$$

$$F_i=\sum_j t_{ij}^*/\sum_i\sum_j t_{ij}^*=a_i^*/\sum_j a_j^* \qquad (3)$$

また，ＯＤ交通量T_{ij}が道路区間ｍ を利用する確率（道路区間利用率）をP_{ij}^mとすると，道路区間ｍ の区間交通量X_mは式（4）のように表わされる。

$$X_m=\sum_i\sum_j T_{ij}\cdot P_{ij}^m=\sum_i\sum_j A_i\cdot F_{ij}\cdot P_{ij}^m \qquad (4)$$

2.1　道路区間交通量に関する残差平方和[1] 最小化モデル（道路区間モデル）

走行経路調査[2]や配分理論[3]を用いて，道路区間利用率P_{ij}^mが先決できれば，式（4）の未知変量は発生交通量A_iのみとなる。そこで，道路区間交通量の推計値EX_mと実測値RX_mが等しくなるように，その残差平方和（式（5））を最小にする発生交通量A_iを求めれば，式（1）を用いてＯＤ交通量を推計できる。

$$G=\sum_m(EX_m-RX_m)^2=\sum_m\left(\sum_i\sum_j A_i\cdot F_{ij}\cdot P_{ij}^m-RX_m\right)^2\rightarrow \mathrm{Min.} \qquad (5)$$

ここで，$Q_i^m=\sum_j F_{ij}\cdot P_{ij}^m$とおき，Ｇを$A_j$で偏微分してゼロとおくと，式（6）が得られる。

$$\frac{\partial G}{\partial A_j}=\sum_m\left\{2\left(\sum_i A_i\cdot Q_i^m-RX_m\right)\cdot Q_j^m\right\}=2\left\{\sum_i\left(A_i\sum_m Q_i^m\cdot Q_j^m\right)-\sum_m RX_m\cdot Q_j^m\right\}=0 \quad (j=1,2,----,n) \qquad (6)$$

したがって，発生交通量A_iは式（6）に示すｎ元連立一次方程式を解くことによって，簡単に求められる。

2.2　発生交通量に関する残差平方和 最小化モデル（発生交通量モデル）

道路区間交通量を制約条件として，発生交通量の残差平方和が最小になるようにモデル化を行う。

$$H=\sum_i(T\cdot F_i-A_i)^2\rightarrow \mathrm{Min.} \qquad (7)$$

制約条件

$$RX_m=\sum_i\sum_j A_i\cdot F_{ij}\cdot P_{ij}^m \quad (m=1,--,k)$$

$$T=\sum_i A_i$$

解法はラグランジェの未定乗数法を用いる。すなわちラグランジェ関数ϕは次のようになる。

$$\phi=\sum_i(T\cdot F_i-A_i)^2+\nu\left(T-\sum_i A_i\right)+\sum_{m=1}^{k}\lambda_m\left(\sum_i\sum_j A_i\cdot F_{ij}\cdot P_{ij}^m-RX_m\right) \qquad (8)$$

ここで，ν，λ_mはラグランジェの未定乗数を表わす。

ϕをA_i，Ｔ，ν，λ_mで偏微分してゼロとおく。

$$\frac{\partial\phi}{\partial A_i}=-2(T\cdot F_i-A_i)+\sum_{m=1}^{k}\lambda_m\left(\sum_j F_{ij}\cdot P_{ij}^m\right)-\nu=0 \quad (i=1,2,----,n) \qquad (9)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial T}=2\sum_j(T\cdot F_j-A_j)\cdot F_j+\nu=0 \qquad (10)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\lambda_m}=\sum_i\sum_j A_i\cdot F_{ij}\cdot P_{ij}^m-RX_m=0 \quad (m=1,2,----,k) \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = T - \sum_j A_j = 0 \qquad (12)$$

式（9）〜式 (12) の連立方程式を解けばよい。

2.3 道路区間交通量および発生交通量の残差平方和最小化モデル（結合モデル）

式（5）と式（7）を結合し，道路区間交通量と発生交通量のそれぞれの残差平方和が最小になるようにモデル化を行うと，目的関数は式（8）のようになる。

$$L = \sum_m \left(\Sigma\Sigma A_i \cdot F_{ij} \cdot P_{ij}^m - RX_m\right)^2 + \sum_i \left(T \cdot F_i - A_i\right)^2 \rightarrow \mathrm{Min.} \qquad (13)$$

制約条件　$T = \sum_i A_i$

解法は同じくラグランジェの未定乗数法を用いて行う。ラグランジェ関数 ϕ は次のようになる。

$$\phi = \sum_i \left(T \cdot F_i - A_i\right)^2 + \nu\left(T - \sum_i A_i\right) + \sum_m \left(\sum_i \sum_j A_i \cdot F_{ij} \cdot P_{ij}^m - RX_m\right)^2 \qquad (14)$$

ここで，ν はラグランジェの未定乗数を表わす。

ϕ を A_i，T，ν で偏微分してゼロとおく。

$$\frac{\partial \psi}{\partial A_i} = -2\left(T \cdot F_i - A_i\right) + 2\left\{\sum_j A_j \left(\Sigma Q_i^m Q_j^m\right) - \sum_m RX_m Q_i^m\right\} - \nu = 0$$

$$(i = 1,\ 2,\ \text{---},\ n) \qquad (15)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial T} = 2\sum_j \left(T \cdot F_j - A_j\right) \cdot F_j + \nu = 0 \qquad (16)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \nu} = T - \sum_j A_j = 0 \qquad (17)$$

式 (15) 〜式 (17) の連立方程式を解けばよい。

3．モデル計算による適用性の検討

図−1に示す道路網（発生ノード数２５，方向別リンク数８０）を用いて適用性の検討を行った。

モデル計算に用いた既存ＯＤ交通量 t_{ij}^* は重力モデル（$t_{ij}^* = \alpha \cdot a_i^* \cdot b_j^* \cdot (\tau_{ij})^{-\gamma}$, $\alpha = 0.275 \times 10$，$\gamma = 0.81$ 相関係数 $\rho = 0.72$，平均トリップ長 $\bar{\tau} = 8.5$）に適合したＯＤ交通量である。シミュレーションでは推計時と既存ＯＤ調査時のＯＤパターンのずれ（ＯＤ交通量に対するランダム誤差；σ_T，発生交通量に対するランダム誤差；σ_A）を考慮するために，２種類の標準正規乱数 Z_{ij}，Z_i を発生させて，真実ＯＤ交通量ＲＴ を作成した。

シミュレーション１（ランダム誤差；σ_T）

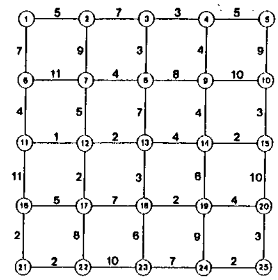
$$RT_{ij} = t_{ij}^* \left(1.0 - \sigma_T \cdot Z_{ij}\right) \qquad (18)$$

シミュレーション２（ランダム誤差；σ_A）

$$RT_{ij} = a_i^* \left(1.0 - \sigma_A \cdot Z_i\right) \cdot F_{ij} \qquad (19)$$

ＯＤ推移確率 F_{ij} および発生確率 F_i は既存ＯＤ交通量 t_{ij}^* を用いて計算し（式(2)，式(3)），実測道路区間交通量 RX_m は真実ＯＤ交通量 RT_{ij} をDial 確率配分法[4]（配分パラメータ $R\theta$）により配分して求めた。

まず，道路区間利用率 P_{ij}^m の先決誤差（$\sigma_P = 0\%$）およびＯＤパターンのずれ（$\sigma_T = 0\%$，$\sigma_A = 0\%$）はないものとして，選択リンク数が推計精度にどのような影響を及ぼすか検討を行った。ただし，実測交通量 RX_m は配分パラメータを $R\theta = 0.05$（均等配分に近い）としてDial 確率配分法により配分して求めた。

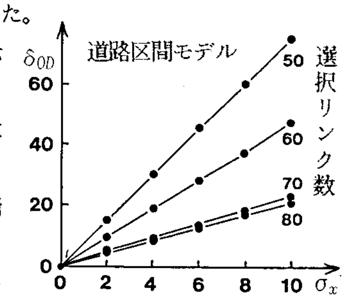


（数字はリンク長を示す）

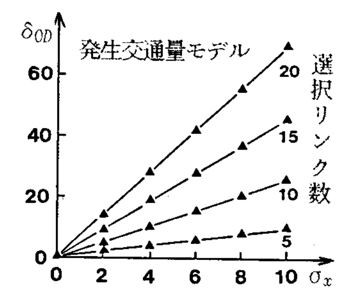
図−１　格子状対象道路網

結果を図−２に示す。図より，（a）道路区間モデルでは選択リンク数を多く選んだ方が，推計精度が良いといえる。（b）発生交通量モデルでは，逆にリンク数が少ない方が推計精度が良いといえる。また，（c）結合モデルでは，選択リンク数を多くしても，少なくしてもそれほど大きな差はないといえる。

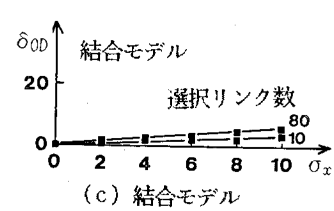
なお，紙面の制約からシミュレーション結果の一例しか示すことができないので，詳しい結果（(1) ＯＤパターンのずれの影響，(2)道路区間利用率 P_{ij}^m の先決誤差の影響）については，講演時に発表する。



（a）道路区間モデル



（b）発生交通量モデル



（c）結合モデル

ランダム誤差 $\sigma_T = 0\%$（$\sigma_A = 0\%$）
P_{ij}^m 先決誤差 $\sigma_P = 0\%$　$R\theta = 0.05$

図−２　モデル定式化の違いが推計精度に及ぼす影響

５．参考文献　1）飯田恭敬，高山純一，他２；ＯＤ推移確率が既知の場合の道路網交通需要推計モデル，第７回交通工学研究発表会論文集，pp.5〜54，昭和59年11月，　2）越正毅，他2；プレートナンバー法による街路網の走行経路解析，交通工学，Vol.8 増刊号，pp.3〜13，1973年　3）井上博司；等時間原則交通量配分における経路交通量の推定，Vol.13，No.1，pp.3〜9，1979年　4）Robert B. Dial；A Probabilistic Multipath Traffic Assignment Model Which Obviates Path Enumeration，Transpn. Res.，Vol.5，pp.83〜111，1970.