IV-157　L.P.・ロジット住宅立地配分モデル

愛媛大学　正　柏谷増男
安田信託銀行　正　小倉幹弘

1．はじめに

住宅立地均衡解を、つけ値関数の値を目的関数の係数とするL.P.問題を解くことによって得ることができる。つけ値関数の値は、現実の立地状況のデータを用いて推定したものであるが、L.P.問題が決定論的モデルであるため、かく乱項を考慮できず、L.P.解は地域的なかたよりを示す。本論文では、L.P.問題を解いて将来の均衡つけ値関数の値を算出し、この値をロジットモデルに代入して立地世帯数を決定するモデルを提案する。

2．住宅立地均衡LPモデル

ひとつの都市圏を想定し、住宅タイプ別に分割された住宅立地配分問題を考える。居住地を添字 i、従業地や家族の特性で分けられた世帯タイプを添字 j で表わす。地区 i に立地する世帯タイプ j の世帯数を y_i^j、地区 i の住宅戸数を H_i、世帯タイプ j の世帯総数を N^j、世帯タイプ j の世帯が効用水準 U^j のもとで地区 i に対して示すつけ値関数を $\psi_i^j(U^j)$ とすると、住宅立地配分問題は以下のようになる。

<u>住宅立地配分問題</u>

$$\max \sum_{i,j} \psi_i^j(U^j)\, y_i^j \qquad (1)$$

s.t.

$$\sum_j y_i^j \leq H_i \qquad (2)$$

$$\sum_i y_i^j = N^j \qquad (3)$$

$$y_i^j \geq 0 \qquad (4)$$

いま、$\psi_i^j(U^j)$が、効用水準U^jにのみ関する項と地区特性にのみ関する項とに線形分離しうるならば、この住宅立地配分問題の解は立地均衡解である。また、解に伴う式(2)、(3)の補助変数の値を $\hat{R}_i$、$\hat{Q}^j$ とし、均衡効用水準の値を U^{*j} とおくと、次式が成立する。[1]

$$\psi_i^j(U^{*j}) = \psi_i^j(U^j) + \hat{Q}^j \qquad (5)$$

$$\hat{R}_i = \max\left\{ \max_j \left(\psi_i^j(U^{*j}) \right),\ 0 \right\} \qquad (6)$$

このモデルは需給条件に応じた立地解や価格の値が内生的に得られる点で優れている。ところで、つけ値関数の値は、現状の立地状況を示すデータを用いて、なんらかの統計的手法で推定される。推定過程ではかく乱項が考慮されているので、推定パラメーターはひとつの確率変数と考えられる。これに対して、L.P.は決定論的モデルであり、この推定値を目的関数の係数として用いた場合、係数の確率的特性にうまく対処できない。すなわち、係数として与えたつけ値の値がほんの少しでも高い地区があれば、その地区に需要世帯が集中するような、地域的に偏りの大きい解が得られることが多い。このように、係数の確率的特性が強い場合には、L.P.解は不安定で信頼性に欠ける。一方、補助変数については、基本的には同様な影響を受けるが、解に比べて次元が低いこと、都市の空間構造特性等を考えると、解に比べて安定性はかなり高いと考えられる。なお、係数の確率的特性による解および補助変数の値の安定性は、つけ値関数推定パラメーターの分散の大きさに依存しており、推定精度の良し悪しがそれらの値の信頼性をかなり左右している。

3．L.P.・ロジット住宅立地配分モデルの考え方

(1)モデルの概要

図-1は、本論文で提案する住宅立地モデルの手順を示したものである。以下、順を追って説明する。

(2)つけ値関数パラメーターの推定

筆者らは、Lerman & Kern の提案した多項ロジットモデル[2]によるつけ値関数推定法を用いている。つけ値関数の形は、次式に示すように線形とした。

$$\psi_i^j(U^j) = \beta_0(U^j) + \sum_{k=1}^{K} \beta_k^j Z_{ki} + \varepsilon_i^j \qquad (7)$$

ここで、Z_{ki} は地区 i の項目 k の特性値、β_k^jは世帯タイプ j の項目 k に対するつけ値パラメーター、$\beta_0(U^j)$は効用水準の値を含む定数項、ε_i^jはかく乱項の値である。ε_i^jがI.I.G.D.と仮定して、最尤法によりパラメーター推定を行なう。推定されたパラメーター値を $\hat{\beta}_k$

($k=0,1,\cdots\bar{k}$) とし、次式で定義する $\hat{\varphi}_i^{j}(U^{j})$ の値を住宅立地配分問題の目的関数とする。

$$\hat{\varphi}_i^{j}(U^{j}) = \hat{\beta}_0(U^{j}) + \sum_{k=1}^{\bar{k}} \hat{\beta}_k^{j} Z_{ki} \qquad (8)$$

(3)住宅立地配分問題による均衡つけ値の推定

式(8)に示した値を $\varphi_i^{j}(U^{j})$ の値として式(1)に代入した住宅立地配分L.P.問題を解く。解に伴う式(2),(3)の補助変数の値 $\hat{R}_i$, $\hat{Q}^{j}$ は式(5),(6)を満たし、$\hat{R}_i$ は均衡地代となっている。均衡つけ値の値は次式で計算される。

$$\hat{\varphi}_i^{j}(U^{*j}) = \hat{\varphi}_i^{j}(U^{j}) + \hat{Q}^{j} \qquad (9)$$

(4)多項ロジットモデルによる住宅立地世帯数の計算

$\hat{\varphi}_i^{j}(U^{*j})$ の値をつけ値関数の確定項の値とし、かく乱項がI.I.G.D.と仮定すると、Lerman & Kern の多項ロジットモデルにより、価格 $\hat{R}_i$ のもとでの地区に対する世帯タイプ j の立地確率密度を計算できる。地区 i に対する世帯タイプ j の世帯の立地確率をこの確率密度の値の比で定義し、P_i^j で表わすと、次式が得られる。

$$P_i^j = \frac{e^{\hat{\varphi}_i^j(U^{*j})}}{\sum_j e^{\hat{\varphi}_i^j(U^{*j})}} \qquad (10)$$

P_i^j の値は、世帯タイプ j の世帯1世帯相互の立地確率を表わしている。各世帯タイプに属する世帯数が異なるため、世帯数の比例配分により、次式で立地世帯数の1次推定値 Y_i^j を計算する。

$$Y_i^j = \frac{P_i^j N^j}{\sum_j P_i^j N^j} H_i \qquad (11)$$

なお、この計算は、$\max_j \hat{\varphi}_i^j(U^{*j})$ の値が非負の地区についてのみ行なう。

式(11)で計算した Y_i^j の値は、$\sum_j Y_i^j = H_i$ という条件を満たしているが、$\sum_i Y_i^j = N^j$ という条件を満たしていない。このため、なんらかの修正計算を行ない、これらの条件式を共に満たす解を得る。この値が、本モデルで最終的に求める住宅立地世帯数 $\hat{Y}_i^{*j}$ である。

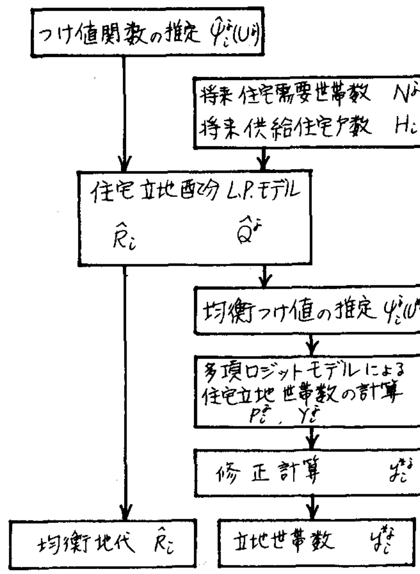

図-1 モデルの計算手順

4、おわりに

本モデルを、昭和50～54年の松山都市圏での住宅立地世帯に対して適用した。ゾーン数は従業地25、居住地34である。つけ値推定は都心及びその周辺計4地域に対して家族数別(1人, 2,3人, 4人以上)に従業地を選択肢として行なった。L.P.モデルで算出した $\hat{Y}_i^j$ の値は地域的偏よりが大きく、立地世帯がある従業地・居住地ペアについての計算値と実績値との相関係数は0.51～0.56であった。L.P.・ロジットモデルでのこの相関係数の値は、0.68～0.83である。なお、$\hat{Q}^j$ の値については従業地による相違はほとんど見られなかった。[3]

このモデルを多項ロジットモデルの立場から考えると、一見、$\hat{\varphi}_i^j(U^j)$ の値を $\hat{\varphi}_i^j(U^{*j})$ の代わりに式(10)に代入すれば直ちに P_i^j の値が得られるかのように思われよう。しかしながら、それでは、現在の需給条件に基ずく効用水準を反映した立地世帯を算出することとなり、将来の需給条件をモデルに入れられなくなる。将来の需給条件を反映させるためには、住宅立地配分L.P.モデルによる均衡効用水準もしくは均衡つけ値の推定が必要となる。

今後は、係数の確率的特性に対する解や補助変数の挙動に関する研究、L.P.問題の補助変数の簡便な計算法の開発による大規模問題への対応などを行ないたい。

参考文献

1) 藤田昌久, 柏谷増男, 住宅立地論へのプログラミングアプローチ, 地域学研究, 第5巻, pp.107～134, 1976
2) Lerman, S.R., and Kern, C.R., Hedonic Theory, Bid Rent and Willingness to Pay, J. Urban Economics, 13, pp.358-368, 1983
3) 小倉幹弘, 住宅立地均衡リニアプログラミングモデルに関する研究, 愛媛大学大学院修士論文, 1985