

間組技術研究所 正会員○小林 晃
 京都大学工学部 正会員 大西有三
 岡山大学工学部 正会員 西垣 誠
 福井大学工学部 正会員 荒井克彦

1. まえがき

近年土木工学において岩盤挙動の把握が重要な研究対象の一つになってきている。それは、岩盤内石油貯蔵、放射性廃棄物の地層処分、地熱開発、地下原子力発電所の建設等、岩盤に関連するプロジェクトが、計画あるいは、開始されてきたことによる。この様なプロジェクトに対する研究では、岩盤の熱力学的挙動、力学的挙動、水力学的挙動の連成作用を論じる必要がある。この様な複雑な連成挙動解析は、ここ10年程の間に大きな進展を遂げており、現在可能な解析をまとめると次の様になる。

- a) 飽和・不飽和浸透-応力変形連成解析(連続体)
- b) 熱(伝導、対流、熱応力)-飽和浸透-応力変形連成解析(不連続場も含む)
- c) 熱(伝導、対流)-飽和・不飽和浸透連成解析(相変化も含む、連続体)

そして、これらの解析の基本方程式は、

- 1) 質量保存則と運動方程式(例. $\frac{\partial}{\partial t}(\rho n S_r) = -\nabla \cdot (\rho n S_r v)$; n 空隙率、 S_r 飽和度)
- 2) エネルギー方程式(例. $\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} + v \rho C_v \nabla T = \nabla \cdot (K_T \nabla T)$; K_T 熱伝導係数)
- 3) つりあい方程式(例. $\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0$; b_i は物体力)
- 4) 流体の状態方程式と応力-ひずみ関係式(例. $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} + \beta(T - T_0)$)

から構成されているが、既往の研究で検討を要すると思われる点は次の様である。

- I) 1) 3) 4) の誘導に比較して、2) の誘導が不十分である。
- II) 2) 式中の粘性散逸及び力学的連成項についての考察が不十分である。
- III) 気相あるいは蒸気相の扱いが不明瞭である。

そこで、本研究ではこのうち I) II) について、検討を行った。

2. エネルギー方程式

連成解析を扱った論文では、このエネルギー方程式の誘導だけは、たいがい引用で済ませてあり、その式中の粘性散逸の項及び、力学的連成項の検討も、他文献の引用で済まされている。この様な傾向は、この方面の検討がさほど重要ではないということではなく、検討が面倒なためと思われる。しかもこの誘導・検討に、引用されている文献やテキストを調査すると、比熱の定義が統一されていないこと、あるいは、文献によっては等方体を仮定していることがわかった。そこで本論では、このエネルギー方程式の誘導から検討する。

まず、エネルギー保存式については、流体、固体とも次の様な式で同様に表すことができる。

$$\rho \frac{de}{dt} = Q - h_{i,i} + \sigma_{ij} \cdot v_{i,j} \quad (1)$$

ここで ρ は密度、 e は内部エネルギー、 Q は湧き出し、 h_i は熱流束、 σ_{ij} は全応力、 v_{ij} は速度をそれぞれ表している。さて、問題なのは、ここからエネルギー方程式を導く過程である。まず固相について考えるとエントロピの定義より、

$$dq = Q - h_{i,i} = T \cdot \rho \cdot dS \quad (2)$$

ここで dq は単位体積に吸収される熱量、 T は温度、 S は単位質量当たりエントロピである。 S は温度とひずみ ϵ_{ij} の関数であるので上式は、次の様に書ける。

$$dq = T \cdot \rho \cdot dS = T \cdot \rho \cdot \{ (\frac{\partial S}{\partial T}) dT + (\frac{\partial S}{\partial \epsilon_{ij}}) d\epsilon_{ij} \} \quad (3)$$

ここで、次の様に定義する。

$$C_v = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) \quad L \varepsilon_{ij} = T \left(\frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) \quad (4)$$

C_v は、単位質量当たりの定容比熱、 $L \varepsilon_{ij}$ は定温下のひずみ変化による単位質量当たりの潜熱である。

以上より固相におけるエネルギー方程式が次の様に求まる。

$$\rho \cdot C_v \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + v_i \cdot \rho \cdot C_v \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} = Q - \rho \cdot L \varepsilon_{ij} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} - h_{i,i} \quad (5)$$

次に流体について考える。粘性流体について単位質量当たりのエンタルピを次の様に定義する。

$$H = e + (P - \mathcal{D}_{ijkl} V_{kl}) / \rho \quad (6)$$

ここで P は水圧、 $\mathcal{D}$ は流体の粘性係数テンソル、 V_{kl} は、変形速度テンソルである。これを時間微分したものと、質量保存則より次式が求まる。

$$\rho \frac{dH}{dt} = \frac{de}{dt} + \frac{dP}{dt} + P \cdot v_{i,j} \quad (7)$$

ここで、粘性項の微分は微小であるので無視できるものとした。これと(1)式より次の様に整理できる。

$$\rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} = Q + \mathcal{D}_{ijkl} \cdot V_{kl} \cdot v_{i,j} - h_{i,i} \quad (8)$$

一方、単位体積当たりのエンタルピの微分形は次の様に書くことができる。

$$\rho dH = dq + v_i \cdot dP \quad (9)$$

よって、(9)(8)(4)(3)より流体に関するエネルギー方程式が次の様に求まる。

$$\rho \cdot C_v \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + v_i \cdot \rho \cdot C_v \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} = Q - \rho \cdot L \varepsilon_{ij} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} + (1 - v_i) \frac{dP}{dt} + \mathcal{D}_{ijkl} \cdot V_{kl} \cdot v_{i,j} - h_{i,i} \quad (10)$$

ここで、固体のエネルギー方程式(5)は、既往の研究結果と同じであるが、流体の場合の(10)式は若干異なっている。既往の研究では右辺第3,4項を省略する場合が多い。又応力変形との連成を考えない場合は、第2項をも省略する場合がある。第3項は、燃焼機関の様な急激な圧力変化を繰り返す場合に重要な機械的エネルギーと呼ばれる項であり、地盤中の様に圧力変化が緩慢であると予想されるところでは、無視するものと考えられる。次に第2項と4項について考える。

3. 力学的連成項と粘性散逸について

第2項は、力学的連成項と呼ばれ、その物理的意味は、ひずみ変化により吸収される熱であり温度上昇は伴わない性質のものである。これは一般には、

$$\text{固体: } \rho \cdot L \varepsilon_{ij} = -T \alpha_{ij} \quad \text{流体: } \rho \cdot L \varepsilon_{ij} = T \cdot \rho \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right) \quad (11)$$

と表すことができる。ここで α_{ij} は熱膨張係数である。これより力学的連成項は熱膨張によるエネルギー吸収であるといえる。

第4項は粘性散逸と呼ばれ、流体が流れることによって起こるエネルギー変化を表し、熱となって流体中に散逸してしまうことよりこの様に呼ばれている様である。

(10)式で機械的エネルギーを省略して左辺をゼロと置くと次の様に書ける。

$$\rho \cdot L \varepsilon_{ij} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} - \mathcal{D}_{ijkl} \cdot V_{kl} \cdot V_{ij} = Q - h_{i,i} \quad (12)$$

この式の左辺は、流体が流れたり、熱膨張する時に流体内部に吸収される熱量を示している。すなわち供給されるエネルギー(右辺)が上式の平衡状態を上回らねば、温度場は、全体的に変化しないことを意味していることがわかる。これは、例えば地下浸透流における下限動水勾配の様な役割を粘性散逸と力学的連成項はエネルギー移動ではたしていると言えよう。従って、この粘性散逸項や、力学的連成項を省略することは、より安全側の評価方法と言える。

4. あとがき

エネルギー方程式の誘導及び若干の検討を行った。紙面の都合でその過程をかなり割愛した為、理解しづらいところもあると思うが、しかし本研究により、既往の研究で種々の扱いがなされている比熱の定義と粘性散逸、力学的連成項、機械的エネルギーの物理的意味が明かになった。今後はこの熱と浸透と応力の連成挙動の解析に取り組む予定である。