# III－359　クラック状欠陥群を含む材料の巨視的変形係数について

徳島県　正員　○吉永真祐
徳島大学大学院　学生員　福崎雅之　藤井明
徳島大学工学部　正員　藤井清司

## 1．まえがき

Fig.1に示すように平面上に限りなく小さな円を描き，その平面に外力が作用するとき円は変形し楕円となる。この円から楕円に写像する2×2の線形写像マトリックスすなわち2次元の2階のテンソルが「ひずみ」と呼ばれる物理量である。これが連続体力学における「ひずみ」の直観的定義である。地盤材料の特徴である不連続性にも大きく分けて二つの場合がある。すなわち不連続面での変形が卓越し既存の不連続面により分離されたブッロク状の岩塊が剛体とみなせ，そのブッロクの滑落や崩壊が岩盤系の支持力を支配する場合と，クラックを多数含みその先端は岩塊中に存在し破壊は基質部で起こるような岩盤とに分けられる。Fig.2に示すように前者は明らかに不連続体として適合条件を満足しておらず従来からの連続体力学では取扱えないものであり，後者は変形後の円を楕円で近似できる場合であり，不連続性による力学特性を構成則の方で考慮してやり適合条件は近似的に満たしているとする。ここでは後者の立場に立って破壊力学の知識によりクラックを構成則として取扱い，考察を行ったので報告する。

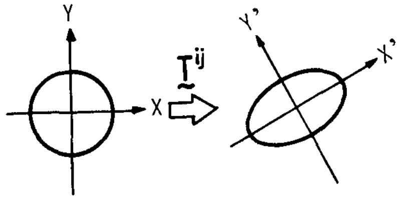

Fig.1

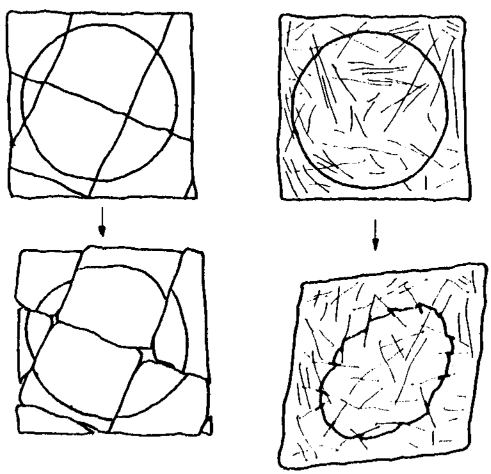
Fig.2

## 2．クラックによる巨視的コンプライアンスの変化量

2次元クラックが位置的に均一に分布していると考えられる領域において，みかけの応力とひずみを結び付ける係数を求める。応力$\sigma_{ij}$を受ける平面に単位面積当り$\rho$個，長さが2aのクラックが種々存在しているとすれば，クラックどうしの間隔がaに比べて十分大きいとき，クラック相互の干渉は無視されFig.3に示すようなX（1）軸に対して$\theta$の角度をなしているクラックの重ね合わせにより得られる。Fig.3のクラックと平行な面に作用する垂直応力p，せん断応力qは材料力学の公式によって次のように与えられる。

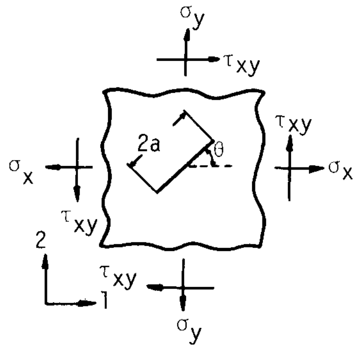

Fig.3

$$\left\{\begin{array}{l} p = \sigma_x \sin^2\theta + \sigma_y \cos^2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta \\ q = -\sigma_x \sin\theta\cos\theta + \sigma_y \sin\theta\cos\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta \end{array}\right. \quad \text{-------------- (1)}$$

クラックの存在による単位体積当りのひずみエネルギーWの変化分は，クラックのない場合から２ａの長さのクラックが出現するまでのエネルギー解放率に等しいから平面ひずみの場合次式のようになる。*)

$$\Delta W = \rho\int_0^a g\ d(2a) = \frac{\pi a^2 \rho (1-\nu^2)}{E}\ \{ f_I(p)p^2 + q^2 \} \quad \text{-------} \ (2)$$

ｆＩ(p)は，モードＩの応力の特異性の有無によって１あるいは０の値をとるものとする。いまクラックは開口しているものとするとｐの正負によらずｆＩ(p)＝１であるので，以下ｆＩ(p)＝１として議論を進める。（２）式のΔＷを作用している応力σijの各成分で偏微分すればクラックの存在によるひずみの増分量が次のように得られる。

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \Delta W}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{2\pi\rho a^2(1-\nu^2)}{E}\left( p\frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + q\frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} \right) \quad \text{-----} \ (3)$$

このクラックによるひずみの増分量Δεijをもう一度応力σklで偏微分すればクラックによるコンプライアンスの変化量が次式のように求められる。

$$\Delta C_{ijkl} = \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial \sigma_{ij}\, \partial \sigma_{kl}} = \frac{\partial \Delta\varepsilon_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} \quad \text{------------------} \ (4)$$

たとえばインタクトな基質部のヤング率Ｅ，ポアソン比νを用いてijkl＝1111の場合を求めてみるとΔＣ1111＝$2\pi\rho a^2(1-\nu^2)\sin^2\theta/E$となり，基質部の物性値とクラックの幾何特性ρ，ａ，θを用いて巨視的な変形係数が得られることになる。ΔＣijklは２次元の４階のテンソルであるから16個の成分を持つが独立な成分としては６つである。みかけのコンプライアンスＣ′ijklはインタクトな基質部のコンプライアンスＣijklとクラックによるコンプライアンスの増分量ΔＣijklとの和として与えられる。このみかけのコンプライアンスＣ′ijklをマトリックス表示した［Ｃ′］の逆行列を［Ｅ′］と定義する。この［Ｅ′］を有限要素法の［Ｄ］マトリックスとして数値的一軸試験と純粋せん断試験を行う。この数値実験の目的は，

〔１〕クラックを構造特性として境界条件で処理したものと本法の構成則として取扱った場合とを比較する。

〔２〕主応力図と主ひずみ図を比較すると主軸が一致しない場合もありえることの確認。

〔３〕クラックによって等方弾性体もみかけ上，初期異方性を呈するようになることの確認。（クラック進展による誘導異方性とは区別される。）

〔４〕弾性（初期）ダイレイタンシーの確認。

などが挙げられる。数値実験に用いた供試体寸法は，Fig.４に示すとおりである。計算結果は，当日発表する。

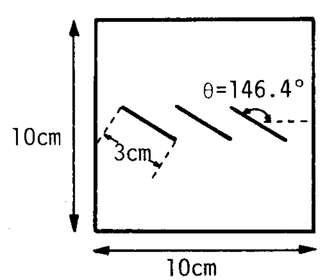

Fig.4

## ３．結　論

【１】基質部の力学特性は単純でも構造的不連続性から系としてのみかけの力学特性はより複雑となる。地盤材料の力学特性の複雑さも供試体寸法による物性値のバラツキもこの不連続性のためであろう。

【２】ダイレイタンシーは異方性の一種であり初期異方性と誘導異方性とに分けられる。誘導異方性はクラックの進展によるものであろう。

【３】クラックを構成則として考えると構造特性とする場合よりもＦＥＭの要素数が格段に減少し実用的と考えられるが，クラック相互の干渉は無視できないだろう。

参考文献　*)岡村弘之著；線形破壊力学入門　培風館　1976．**) 吉永，藤井；″岩質材料の破壊靱性試験に関する２，３の考察″　第39回年次学術講演概要集III,1984.