

(株) 新井組 正員 宮本英泰  
 岐阜大学工学部 正員 岡ニ三生  
 名古屋工業大学 正員 中井照夫

1. はじめに

土の時間依存性を考慮した、応力・ひずみ関係に関する研究としては、足立、岡や関口による研究が代表的である。足立、岡は、粘土の弾塑性モデル(Cam-clayモデル)とPerzynaによって提案された、弾粘塑性理論をもとに、正規圧密粘土の弾粘塑性理論を提案している。本研究では、中井、三原によって新たな力学量と呼ばれた応力変数  $t_{ij}$  を、足立、岡の理論に適用することにより、中間主応力の影響を考慮した正規圧密粘土の弾粘塑性構成式を誘導し、その導びかれた構成式を、練返し再圧密された京都深草粘土の非排水三軸圧縮試験結果に適用するとともに、伸張試験における、応力・ひずみ関係、応力経路に及ぼすひずみ速度の影響を予測した。

2. 中間主応力の影響を考慮した正規圧密粘土の弾粘塑性構成式の誘導

従来の研究によれば、中間主応力の大きさによって土の強度及び変形が影響されることがわかっている。非排水三軸圧縮・伸張試験を行うと、伸張試験の方が強度が小さいことは明らかである。つまり最大せん断応力のみでなく、中間主応力の大きさが強度に影響している。

Perzyna の弾粘塑性理論を用いると、塑性ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ip}^p$  は次式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}_{ip}^p = \langle \bar{\sigma}(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial t_{ip}} \quad \langle \bar{\sigma}(F) \rangle = \bar{\sigma}(F) \quad F > 0, \quad \langle \bar{\sigma}(F) \rangle = 0 \quad F \leq 0 \quad \cdots(1)$$

$t_{ip}$  とは、次のように定義されるテンソルである。まず主応力とその方向を求め、SMP(空間滑動面)の方向余弦  $a = (a_1, a_2, a_3)$  を用いて、 $t_{ip}$  の主値を、 $t_i = a_i \cdot a_i$  として求める。また、SMPに対して垂直な成分  $\sigma_{SMP}$  に対応する  $t_n$ 、平行な成分  $t_{SMP}$  に対応する  $t_s$  は、 $t_i, a_i$  を用いて次のように書くことができる。

$$\sigma_{SMP} = t_n = \sum t_i \cdot a_i \quad \cdots(2) \quad t_{SMP} = t_s = \sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2} \quad \cdots(3)$$

このモデルの降伏関数を次のように書き改めた。

$$f = \frac{t_n}{M^* \cdot t_s} + \ln\left(\frac{t_n}{t_{no}}\right) + \frac{1+e_0}{\lambda-K} \cdot v^p = 0 \quad \cdots(4)$$

ここで、 $M^*$  は Critical state での  $\frac{\sigma_n}{\sigma_m}$  の値、 $t_{no}$  は  $t_n$  の初期値、 $v^p$  は塑性体積ひずみ、 $e_0$  は初期間隙比、入は  $e \sim \ln \sigma_m$  曲線の圧密時の傾き、 $\nu$  は  $e \sim \ln \sigma_m$  曲線の膨潤時の傾き、 $\sigma_m$  は平均有効応力を示す。

(1)式の成分である  $\frac{\partial f}{\partial t_{ij}}$  を書き下すと、次のようになる。

$$\frac{\partial f}{\partial t_{ij}} = \frac{\partial f}{\partial t_n} \cdot \frac{\partial t_n}{\partial t_{ij}} = \left( \frac{\partial f}{\partial t_n} \cdot \frac{\partial t_n}{\partial t_n} + \frac{\partial f}{\partial t_s} \cdot \frac{\partial t_s}{\partial t_{ij}} \right) \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \sigma_{ii}} \quad \cdots(5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t_n} = \frac{1}{t_n} + \frac{t_s}{M^*} \left( -\frac{1}{t_n^2} \right) \quad \cdots(6) \quad \frac{\partial f}{\partial t_s} = a_{ik} \quad \cdots(7) \quad \frac{\partial f}{\partial t_s} = \frac{1}{M^* \cdot t_n} \quad \cdots(8)$$

$\frac{\partial t_n}{\partial t_{ij}}$  は、 $\frac{\partial t_n}{\partial t_1} = b_1$ 、 $\frac{\partial t_n}{\partial t_2} = b_2$ 、 $\frac{\partial t_n}{\partial t_3} = b_3$  とおくと、

$$b_1 = \frac{(t_1 a_2 - t_2 a_1) a_2 - (t_3 a_1 - t_1 a_3) a_3}{\sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2}} = \frac{(t_1 a_2 - t_2 a_1) a_2 - (t_3 a_1 - t_1 a_3) a_3}{t_s} \quad \cdots(9)$$

$$b_2 = \frac{(t_2 a_3 - t_3 a_2) a_3 - (t_1 a_2 - t_2 a_1) a_1}{t_s} \quad \cdots(10) \quad b_3 = \frac{(t_3 a_1 - t_1 a_3) a_1 - (t_2 a_3 - t_3 a_2) a_2}{t_s} \quad \cdots(11)$$

次に足立、岡の研究を参考に  $\bar{\sigma}(F)$  を次のようにおいた。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(F) &= C_0 \cdot \exp \left\{ m' \left[ \frac{t_s}{M^* \cdot t_n} + \ln t_n - \ln t_{no} - \frac{1+e_0}{\lambda-K} \cdot v^p \right] \right\} \\ &= C_0 \cdot \exp \left\{ -m' \cdot \ln \left( \frac{t_{no}}{t_n} \right) \right\} \cdot \exp \left\{ m' \left[ \frac{t_s}{M^* \cdot t_n} + \ln \left( \frac{t_n}{t_{no}} \right) - \frac{1+e_0}{\lambda-K} \cdot v^p \right] \right\} \end{aligned} \quad \cdots(12)$$

ここで、 $C = C_0 \cdot \exp \left\{ -m' \ln \left( \frac{t_{no}}{t_n} \right) \right\} \frac{1}{M^* \cdot t_n}$  とおいて(1)式を書き直すと次式が得られる。

$$\dot{\epsilon}_{ip}^p = C \cdot \exp \left\{ m' \left[ \frac{t_s}{M^* \cdot t_n} + \ln \left( \frac{t_n}{t_{no}} \right) - \frac{1+e_0}{\lambda-K} \cdot v^p \right] \right\} \left\{ \left( M^* - \frac{t_s}{t_n} \right) a_{ip} + b_{ip} \right\} \frac{\partial \sigma_{ip}}{\partial \sigma_{ii}} \quad \cdots(13)$$

よって、塑性体積ひずみ増分  $\frac{d\varepsilon_{pp}^p}{dt}$  は(12)式より次のようになる。

$$\frac{d\varepsilon_{pp}^p}{dt} = C \cdot \exp \left\{ m' \left[ \frac{t_s}{M^* t_n} + \ln \left( \frac{t_n}{t_{no}} \right) - \frac{1 + \rho_0}{\lambda - K} \cdot v^p \right] \right\} \left\{ \left( M^* - \frac{t_s}{t_n} \right) (a_1 + a_2 + a_3) + b_1 + b_2 + b_3 \right\} \quad \dots (14)$$

### 3. 解析結果と考察

Fig. 1., Fig. 2. には、練返し再圧密された京都深草粘土を用いた、2種類のひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_{11}$  (0.0835 %/min, 0.00817 %/min)での非排水三軸圧縮試験結果（応力経路(Fig.1), 応力・ひずみ関係(Fig.2.)）が示されている。図より計算結果は実験結果と同様の傾向を示し、同じひずみ( $\varepsilon_n$ )及び平均有効応力( $O_m'$ )に対する軸差応力( $q$ )は、軸ひずみ速度の大きいものほど大きくなっている。Fig. 3., Fig. 4. は伸張条件下における、応力経路、応力・ひずみ関係を示したものである。Fig. 2. と Fig. 4. を比較すると、圧縮試験における強度は、伸張試験における強度のほぼ1.4倍となっている。この値はモール・ワーロンの破壊規準から求められた値にほぼ等しい。Fig. 3. 中の Critical state line の傾きは、モール・ワーロンの規準から求められたものであり、 $\frac{q}{O_m'} = 1.0$  である。なお使われたパラメーター値は Table. 1. に示す。今後非排水三軸伸張試験で、予測された応力経路、応力・ひずみ関係を、実験的に確かめる予定である。

Table. 1. 土質パラメーター

$\lambda$	0.1
$x$	0.02
$e_0$	1.184
$\sigma'_m$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	4.0
$m'$	10.16
$C$ (1/sec)	$5.103 \times 10^{-6}$
$M^*$	0.4243
$G$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	200

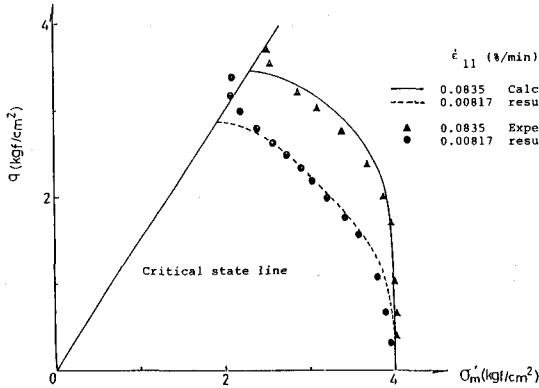


Fig. 1. 圧縮試験における応力経路

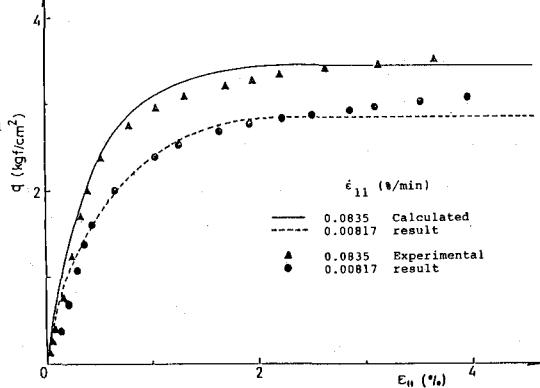


Fig. 2. 圧縮試験における応力・ひずみ関係

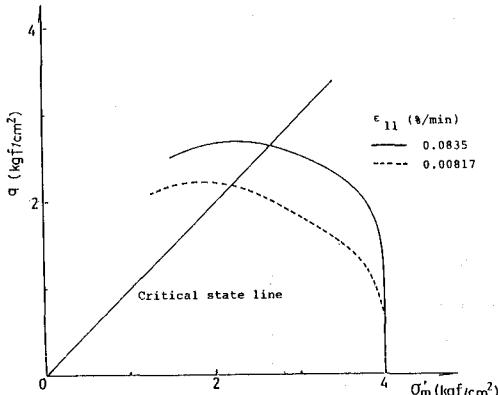


Fig. 3. 伸張条件下における応力経路

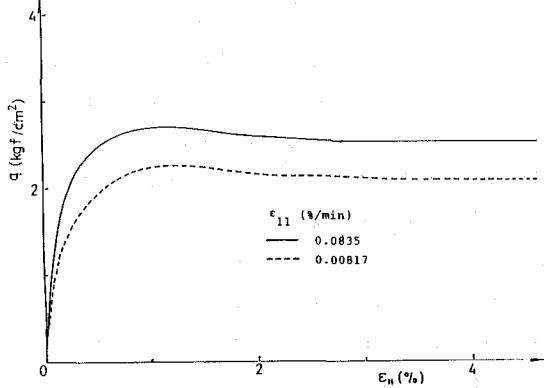


Fig. 4. 伸張条件下における応力・ひずみ関係

### 参考文献

1)足立、岡(1982); Soils and Foundations, Vol. 22, No. 4, Dec. pp. 57~70.

2)関口(1977); Proc. 9th ICSME, Tokyo, Vol. 1, pp. 289~292.

3)中井、三原(1984); Soils and Foundations, Vol. 24, No. 2, June, pp. 82~94.