

III-212 微視的圧縮・せん断機構の重ね合せによる任意応力経路下の応力・ひずみ関係

(株)藤井基礎設計事務所(元名工大院生) 正員 ○藤井 俊逸
名古屋工業大学 正員 松田 元

微視的観点からすると、任意応力経路下の粒体の応力・ひずみ関係を解くことは、ここではその成果に基いて、圧密とせん断の重ね合せ²⁾による、利用しやすい形の応力・ひずみ関係式について述べる(紙面の都合上、前報¹⁾を参照されたい)。

1. せん断時、異方圧密時のせん断ひずみ増分 $d\epsilon_{ds}$ と垂直ひずみ増分 $d\epsilon_{dv}$

前報¹⁾式(5)～(8)より、粒子接点角の変化量 $\Delta\theta$ は次式³⁾のように表われされる。

$$|\Delta\theta| = \frac{B_p}{P_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(B_p + B_p)(2\pi(\Delta\theta - \theta_p) + (B_p + B_p))} \cdot \left\{ \frac{4B_p}{3} + \left(\frac{\pi}{2} + \frac{B_p}{3} \right) \frac{d\theta}{h} \right\} \quad (1)$$

せん断時($\alpha=90^\circ$)の $\Delta\theta$, $d\theta$ を $\Delta\theta_{ds}$, $d\theta_{dv}$ とし、異方圧密時(主応力比R一定時)を $\Delta\theta_{dc}$, $d\theta_c$ とすれば、微視的観点に基いて表-1の関係が導びられる。①は、前報図-8の関係で④, ⑤, ⑥, ⑦は各部の接点角数(面積)を表す。圧密時には②, ③, ④, ⑤は、 μ の関係が図-1のようになり、この関係を直線で近似した。⑥, ⑦は、前報図-4の X (=50N)～ μ 関係を直線で近似したものである。

たゞし、 $\lambda, \mu (= \tan \phi_u)$ は前報図-7(50N～ $d\theta_{dv}$ 関係)において、せん断時($\alpha=90^\circ$)の関係を直線近似したときの勾配および切片に対応する。①, ②より $\Delta\theta_{ds}$, $\Delta\theta_{dc}$ が③のようになる。前報式(4)を $d\theta/h = C_N \frac{d\theta}{d\epsilon}$ とすれば、異方圧密時の係数 C_N ($R=P_0$)は等方圧密を満足する条件より、複合滑動面(CMP)の考え方を用いると次のようになります。

$$\frac{C_N}{R \cdot P_0} = \frac{1}{0.5708} \cdot \frac{0.434}{6} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \quad (3)$$

上式中の0.5708は、前報図-6の等方圧密時($R=1$, $\theta_p=0$)の $d\theta/h$ の値である。

④は、前報図-5の $d\theta/h$ ～ μ 関係で、異方圧密時の関係は放物線で近似した。

⑤, ⑥より、 $d\epsilon_{ds}$, $d\epsilon_{dc}$ は次式となり、図-2のように表わされる。

$$d\epsilon_{ds} = \frac{6}{\pi \cdot \lambda \cdot R \cdot P_0} \cdot \frac{X_g - \mu}{X_g - X} \cdot d\theta \quad (4)$$

$$d\epsilon_{dc} = \frac{1}{\pi \cdot 0.5708} \cdot \frac{0.434}{6} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{X_g - \mu}{X_g} \right) \cdot \frac{X_g}{X_g - X} \cdot \left(\frac{X_g}{X_g - X} + 1 \right) \frac{d\theta}{d\epsilon} \quad (5)$$

せん断時の垂直ひずみ増分 $d\epsilon_{dv}$ は、表-1中の式(2)の関係より次式となる。

$$d\epsilon_{dv} = \{ (\mu - X)/\lambda \} \cdot d\theta \quad (6)$$

異方圧密時の垂直ひずみ増分 $d\epsilon_{dv}$ は、せん断応力 τ の増加により粒子が乗り上げる成分と、垂直応力 O_N の増加による圧密成分の和とこれを²⁾次式のように表わした。なお、等方圧密時には体積ひずみ増分 $d\epsilon_v = d\epsilon_{dv}$ となることを考慮している。

$$d\epsilon_{dv} = \{ (\mu - X)/\lambda \} \cdot d\theta_c + \left(\frac{C_c}{1+e_0} \right) \cdot \left(\frac{d\theta}{d\epsilon} \right) \quad (7)$$

図-3中1点鎖線は異方圧密時の解析結果であるが、前報図-7の異方圧密時

表-1

	せん断 ($\alpha=90^\circ$)	異方圧密(主応力比R)
①	$d\theta/h = 0$ ($\frac{d\theta}{d\epsilon} = 0$)	$d\theta = 0$ ($\frac{d\theta}{d\epsilon} = 0$)
②	$\Delta\theta = 0$	$\Delta\theta = \theta_p \cdot h$
③	$\Delta\theta = \theta_p \cdot h$	$\Delta\theta = \frac{\theta_p}{4} \cdot h \cdot \frac{\theta_p - \theta_p}{B_p}$
④	$\frac{d\theta_{ds}}{\Delta\theta_{ds}} = 1$	$\frac{d\theta_{dc}}{\Delta\theta_{dc}} = \frac{\theta_p}{B_p} \cdot \frac{2\theta_p - \theta_p}{B_p}$ $= \frac{X_g}{X_g} \cdot \frac{2X_g - X}{X_g}$

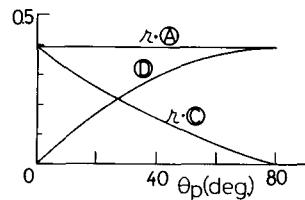


図-1 r.①, r.②, ③～⑦
関係(前報図-8参照)

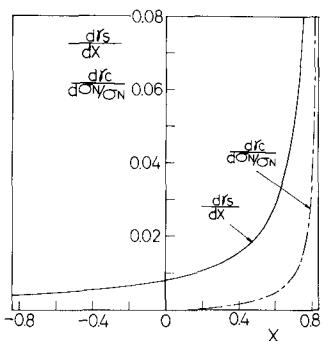


図-2 $d\epsilon_{dv}/dX$ ～ μ 関係(実線)
 $d\theta/d\epsilon$ ～ μ 関係(1点鎖線)

傾向と一致していることから、式(7)の仮定は裏方仕様時のダイレイタニア特性を表現しているものと思われる。

2. 任意応力経路の応力・ひずみ関係

以上の考え方に基づき、滑動面上の応力・ひずみ関係を、4つの領域($X \geq 0$)に分けて次のようく表現した。

I. $dX \geq 0, d\sigma_N \geq 0$

$$d\sigma_S = \frac{6}{\pi \lambda \cdot k \cdot P_0} \cdot \frac{X_f - \mu}{X_f - X} \cdot dX, \quad d\epsilon_{NS} = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot d\sigma_S$$

$$d\sigma_C = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{0.5708} \cdot \frac{0.434}{\delta} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{X_f - \mu}{\lambda} \right) \frac{X_f}{X_f - X} \cdot \left(\frac{X_f}{X_f - X} + 1 \right) \frac{d\sigma_N}{\sigma_N}$$

$$d\epsilon_{NC} = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot d\sigma_C + \frac{0.434}{\delta} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_N}{\sigma_N}$$

II. $dX \geq 0, d\sigma_N < 0$

$$d\sigma_S = \frac{6}{\pi \lambda \cdot k \cdot P_0} \cdot \frac{X_f - \mu}{X_f - X} \cdot dX, \quad d\epsilon_{NS} = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot d\sigma_S$$

$$d\sigma_C = 0, \quad d\epsilon_{NC} = \frac{0.434}{\delta} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_N}{\sigma_N}$$

III. $dX < 0, d\sigma_N < 0$

$$d\sigma_S = \frac{6}{\pi \lambda \cdot k \cdot P_0} \cdot \frac{X_f - \mu}{X_f + X} \cdot dX, \quad d\epsilon_{NS} = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot d\sigma_S$$

$$d\sigma_C = 0, \quad d\epsilon_{NC} = \frac{0.434}{\delta} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_N}{\sigma_N}$$

IV. $dX < 0, d\sigma_N \geq 0$

$$d\sigma_S = \frac{6}{\pi \lambda \cdot k \cdot P_0} \cdot \frac{X_f - \mu}{X_f + X} \cdot dX, \quad d\epsilon_{NS} = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot d\sigma_S$$

$$d\sigma_C = 0, \quad d\epsilon_{NC} = \frac{0.434}{\delta} \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_N}{\sigma_N}$$

任意応力経路下の $d\sigma$, $d\epsilon_N$ は、せん断と圧密の重ね合せによって次のようになり表わした。

$$d\sigma = d\sigma_S + d\sigma_C \quad (8) \quad d\epsilon_N = d\epsilon_{NS} + d\epsilon_{NC} \quad (9)$$

図-3は任意応力(α -一定, R -一定)経路下の滑動面上の応力比・ひずみ増分比関係であるが、前報図-7の傾向をよく説明していることから、重ね合せによる変形挙動を説明できるものと思われる。図-4, 5は、それぞれ $X=0, X=0.4$ からの α -一定経路下の応力・ひずみ関係を表わし、図-6は図-4の関係を主応力・主ひずみ関係で整理したものである。図-7は R -一定時の ϵ_V ~ $\log \sigma_m$ 関係でアロットした豊浦砂の実測値である。解析に用いた $\lambda=1.0$ ~ 4.0 , $\lambda=1.2$, $\mu=0.2$, $X_f=0.84$, $C_c/(1+e_0)=0.928\%$, $C_s/(1+e_0)=0.578\%$, $k \cdot P_0=250$ (側圧一定時の三軸圧縮試験結果)である。

文献 1) 松田・藤井(1985): 第20回国際工学研究発表会(発表中)

2) 松田・香川・中村(1977): 土木学会論文報告集 No.266,

pp.95~105. 3) 中村・松田(1981): 土木学会論文報告集 No.306

pp.23~34. 4) 松田・小山・山崎(1985): S&F, 16, 1, 25

No.1, pp.27~42.

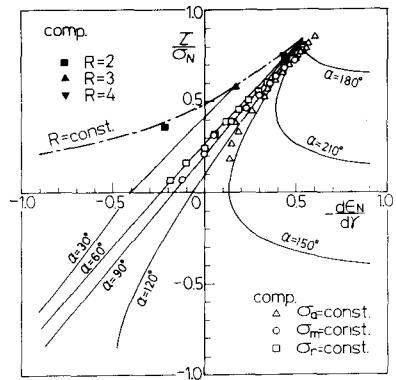


図-3 任意応力(α -一定, R -一定)経路下の応力比 σ/σ_N ～ひずみ増分比 $d\sigma/d\epsilon_N$ 関係の解析値と実測値

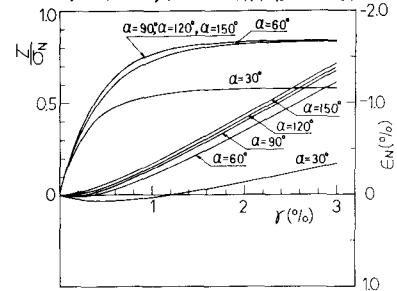


図-4 $X=0$ からの α -一定経路下の σ/σ_N ~ ϵ_N 関係

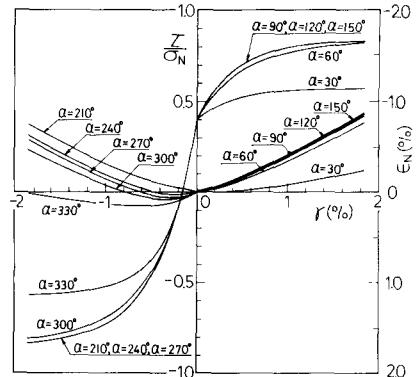


図-5 $X=0.4$ からの α -一定経路下の σ/σ_N ~ ϵ_N 関係

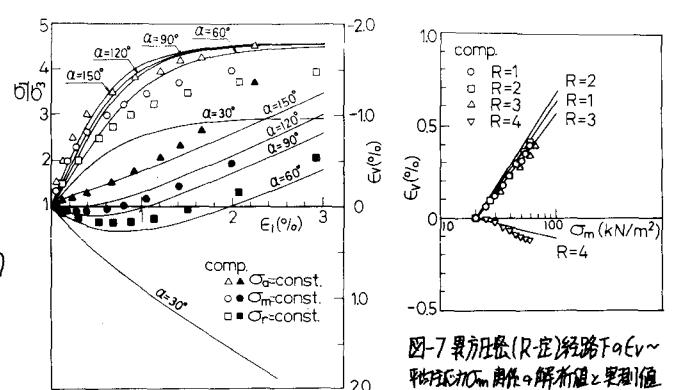


図-6 α -一定経路下の主応力比 σ_0/σ_{0y} ~主ひずみ ϵ_1 の関係の解析値と実測値